

1. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

2. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?
- ① $a = 12, b = 9$ ② $a = -12, b = 9$
③ $a = 12, b = -9$ ④ $a = -12, b = -9$
⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2 \text{으로 놓으면}$$

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$
$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$
$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$
$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

3. $2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$ 의 인수인 것은?

- ① $2x + y + 1$ ② $2x + y - 1$ ③ $2x - y - 1$
④ $x + 2y + 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1 \\ &= 2x^2 + (5y - 1)x + (y + 1)(2y - 1) \\ &= (x + 2y - 1)(2x + y + 1) \end{aligned}$$

4. 이차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가 $x-2$, 최소공배수가 x^3-7x+6 일 때, 두 이차식의 합은?

- ① $2x^2-2x-4$ ② $2x^2-7x+4$ ③ $2x^2+3x+6$
④ $2x^2-5x-4$ ⑤ $2x^2+6x+4$

해설

두 이차식을 A, B 라 하고

$A = (x-2)a, B = (x-2)b$ 라 하자.

$L = x^3 - 7x + 6 = (x-2)(x+3)(x-1)$ 이므로

$A = (x-2)(x+3), B = (x-2)(x-1)$ 로 볼 수 있다.

$\therefore A + B = 2x^2 - 2x - 4$

5. x, y, z 가 삼각형의 세 변의 길이이고, $xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$ 을 만족할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① z 가 빗변인 직각삼각형 ② x 가 빗변인 직각삼각형
③ $x = y$ 인 이등변삼각형 ④ $y = z$ 인 이등변삼각형
⑤ $z = x$ 인 이등변삼각형

해설

$$\begin{aligned}xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 &= 0 \\(x - y)z^2 + (x^2 - y^2)z + (x - y)xy &= 0 \\(x - y)\{z^2 + (x + y)z + xy\} &= 0 \\(x - y)(z + x)(z + y) &= 0 \therefore x = y \quad (\because x, y, z \text{는 모두 양수}) \\ \therefore x = y \text{인 이등변삼각형}\end{aligned}$$

6. 두 다항식 $x^2 + px + q$ 와 $x^2 + qx + p$ 의 최대공약수가 $x - a$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $p = q$

② $p + q = 1$

③ $p = q + 1$

④ $pq = 1$

⑤ $p + q = -1$

해설

나머지 정리에 의해 $x = a$ 를 대입하면 $a^2 + pa + q = 0$, $a^2 + qa + p = 0$ 이다.

두식을 빼면, $(p - q)a - (p - q) = 0$, $(p - q)(a - 1) = 0 \Leftrightarrow p = q$ 또는 $a = 1$

$p = q$ 이면 최대공약수가 $x^2 + px + q$ 가 되므로, 조건에 맞지 않는다

$\therefore a = 1$ 에서 $p + q = -1$