1. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $\left(3x^2 - 2\right)(x+1)(x-1)$ ② $\left(3x^2 + 2\right)(x-1)(x-1)$

③ $\left(3x^2 + 2\right)(x+1)(x+1)$ ④ $\left(3x^2 + 3\right)(x+1)(x-1)$

⑤ $\left(3x^2 + 2\right)(x+1)(x-1)$

해설

$A = x^2$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A+2)(A-1) \\ &= \left(3x^2 + 2\right)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

2. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a = 12,\ b = 9$

② $a = -12,\ b = 9$

③ $a = 12,\ b = -9$

④ $a = -12,\ b = -9$

⑤ $a = 9,\ b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$
$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p = 4,\ p^2 + 2q = -2$
$p = 2,\ q = -3$ 에서
$a = 2pq = -12,\ b = q^2 = 9$

3. $2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$ 의 인수인 것은?

① $2x + y + 1$ ② $2x + y - 1$ ③ $2x - y - 1$

④ $x + 2y + 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

$$2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$$
$$= 2x^2 + (5y - 1)x + (y + 1)(2y - 1)$$
$$= (x + 2y - 1)(2x + y + 1)$$

4. 이차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가 $x-2$, 최소공배수가 x^3-7x+6일 때, 두 이차식의 합은?

① $2x^2-2x-4$ ② $2x^2-7x+4$ ③ $2x^2+3x+6$

④ $2x^2-5x-4$ ⑤ $2x^2+6x+4$

해설

두 이차식을 A, B라 하고

$A=(x-2)a, B=(x-2)b$라 하자.

$L=x^3-7x+6=(x-2)(x+3)(x-1)$이므로

$A=(x-2)(x+3), B=(x-2)(x-1)$로 볼 수 있다.

$\therefore A+B=2x^2-2x-4$

5. x, y, z가 삼각형의 세 변의 길이이고, $xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$을 만족할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① z가 빗변인 직각삼각형 ② x가 빗변인 직각삼각형

③ $x = y$인 이등변삼각형 ④ $y = z$인 이등변삼각형

⑤ $z = x$인 이등변삼각형

해설

$xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$

$(x-y)z^2 + (x^2 - y^2)z + (x-y)xy = 0$

$(x-y)\{z^2 + (x+y)z + xy\} = 0$

$(x-y)(z+x)(z+y) = 0 \therefore x = y$ ($\because x,\ y,\ z$는 모두 양수)

$\therefore$ $x = y$인 이등변삼각형

6. 두 다항식 x^2+px+q 와 x^2+qx+p 의 최대공약수가 $x-a$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $p=q$ ② $p+q=1$ ③ $p=q+1$

④ $pq=1$ ⑤ $p+q=-1$

해설

나머지 정리에 의해 $x=a$ 를 대입하면 $a^2+pa+q=0$, $a^2+qa+p=0$ 이다.

두식을 빼면, $(p-q)a-(p-q)=0$, $(p-q)(a-1)=0 \Leftrightarrow p=q$ 또는 $a=1$

$p=q$ 이면 최대공약수가 x^2+px+q 가 되므로, 조건에 맞지 않는다

$\therefore$ $a=1$ 에서 $p+q=-1$