

1.  $n$  이 자연수이고 집합  $A, B$  가  $A = \{x \mid x = 2 \times n\}$ ,  $B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $1 \notin B$

②  $4 \in A$

③  $7 \notin A$

④  $8 \notin A$

⑤  $7 \in B$

해설

집합  $A$  의 원소는  $2, 4, 6, \dots$  이고 집합  $B$  의 원소는  $3, 5, 7, \dots$  이므로  $8 \in A$  이다.

2. 집합  $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\}$  일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠  $\{1\} \subset A$

㉡  $\{3, 4\} \notin A$

㉢  $\emptyset \subset A$

㉣  $\{\emptyset\} \notin A$

㉤  $\{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\} \subset A$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣  $\{\emptyset\} \subset A$



4.  $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} \subset X \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$  를 만족하는 집합  $X$  의 개수는?

- ① 2 개      ② 4 개      ③ 5 개      ④ 6 개      ⑤ 8 개

해설

$\{1, 2, 3, 6\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  이므로  
집합  $X$  는  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  의 부분집합 중  
원소 1, 2, 3, 6 을 포함하는 집합이다.  
 $\therefore$  집합  $X$  의 개수는  $2^2 = 4$  (개)

5. 집합  $A = \{a, b, c\}$  의 부분집합 중 원소  $a$  또는  $b$  를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

### 해설

원소  $a$  를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소  $b$  를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소  $a, b$  를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-2} = 2 \text{ (개)}$$

원소  $a$  또는  $b$  를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$4 + 4 - 2 = 6 \text{ (개)}$$

6. 집합  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  에서 2 를 포함한 부분집합의 개수가 8 개라고 할 때, 자연수  $n$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{(2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $A \cap B = B \cap A$

②  $A \cap \emptyset = \emptyset$

③  $(A \cap B) \subset B$

④  $A \subset B$  이면  $A \cup B = B$

⑤  $B \subset A$  이면  $A \cap B = A$

해설

③  $(A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B$

④  $A \subset B$  이면  $A \cup B = B$

⑤  $B \subset A$  이면  $A \cap B = B$

8. 3학년 3반 33 명의 학생 중에서 컴퓨터를 가지고 있는 학생이 25 명, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생이 10 명, 컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명이다. 컴퓨터와 홈페이지를 모두 가지고 있는 학생 수는?

① 3명

② 5명

③ 7명

④ 9명

⑤ 11명

### 해설

컴퓨터를 가지고 있는 학생을 집합  $A$  라 하고, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생을 집합  $B$  라 하자.

컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명  
이므로 합집합의 원소의 개수는  $33 - 3 = 30$  이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 25 + 10 - x$$

$$x = 5$$



10. 다음 두 조건  $p, q$  에 대하여 ' $\sim p$  또는  $q$ ' 의 부정은?

$$p : -1 < x \leq 3, \quad q : 0 < x \leq 2$$

①  $-1 < x \leq 0$  또는  $2 < x \leq 3$

②  $-1 < x < 0$  또는  $2 \leq x \leq 3$

③  $-1 < x \leq 3$

④  $0 < x \leq 2$

⑤  $x$  는 모든 실수

해설

$\sim(\sim p \text{ 또는 } q) \leftrightarrow p$  이고  $\sim q$  그런데

$\sim q : x \leq 0$  또는  $x > 2$  이므로  $p$  이고  $\sim q$

$\leftrightarrow (-1 < x \leq 3)$  이고  $(x \leq 0$  또는  $x > 2)$

$\leftrightarrow (-1 < x \leq 3$  이고  $x \leq 0)$  또는  $(-1 < x \leq 3$  이고  $x > 2)$

$\leftrightarrow -1 < x \leq 0$  또는  $2 < x \leq 3$



11. 다음 중 두 조건  $p$ ,  $q$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건만 되는 것은? (단,  $x, y$ 는 실수,  $A, B$ 는 집합이다.)

①  $p: x^2 - 4x + 4 = 0, q: x^2 - 3x + 2 = 0$

②  $p: x$ 는 8의 양의 약수,  $q: x$ 는 6의 양의 약수

③  $p: |x| < 1, q: x^2 - 1 < 0$

④  $p: |x + y| = |x| + |y|, q: x = y$

⑤  $p: A - B = A, q: A \cap B = \phi$

### 해설

주어진 명제는 거짓이고 역은 참인 것을 고른다.

① 충분조건

② 아무런 조건 아님

③ 필요충분조건

⑤ 필요충분조건

12.  $x, y$  가 실수일 때, 다음 중에서 조건  $p$ 가 조건  $q$  이기 위한 필요충분인 것은?

①  $p : x + y \geq 2, q : x \geq 1$  또는  $y \geq 1$

②  $p : x + y$ 는 유리수이다.,  $q : x, y$ 는 유리수이다.

③  $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고  $y > 2$

④  $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고  $y > 1$

⑤  $p : xyz = 0, q : xy = 0$

해설

①  $p : x + y \geq 2 \Rightarrow q : x \geq 1$  또는  $y \geq 1$  (반례 :  $x = 2, y = -1$ )

②  $p : x + y$ 는 유리수이다.  $\Rightarrow q : x, y$ 는 유리수이다. (반례 :  $x = 1 - \sqrt{2}, y = 1 + \sqrt{2}$ )

③  $p : xy > x + y > 4 \Rightarrow q : x > 2$  이고  $y > 2$  (반례 :  $x = 4, y = 2$ )

④  $p : xy + 1 > x + y > 2 \Leftrightarrow q : x > 1$  이고  $y > 1$

⑤  $p : xyz = 0 \Rightarrow q : xy = 0$  (반례 :  $x = 1, y = 1, z = 0$ )

13. 조건  $p, q, r, s$ 에서  $p, q$ 는 어느 것이나  $r$ 이기 위한 충분조건,  $s$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건,  $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요조건이라 한다. 이 때,  $r$ 은  $s$ 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요조건

② 충분조건

③ 필요충분조건

④ 아무 조건도 아니다.

⑤ 위 사실로는 알 수 없다.

### 해설

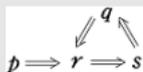
$p$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건이므로

$p \Rightarrow r$  같은 방법으로 하면

주어진 조건으로부터  $q \Rightarrow r, r \Rightarrow s, s \Rightarrow q$

$\therefore r \Rightarrow s$ 이고  $s \Rightarrow r$ 이므로  $r \leftrightarrow s$

따라서,  $r$ 은  $s$ 이기 위한 필요충분조건이다.



14.  $a > 0, b > 0$ 일 때,  $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$ab$ 와  $\frac{4}{ab}$ 가 양수이므로

$$ab + \frac{4}{ab} \geq 2 \cdot \sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} = 4$$

$$\therefore ab + \frac{4}{ab} + 5 \geq 4 + 5 = 9$$

15.  $a^2 + b^2 = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ 일 때,  $ax + by$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

①  $-4 \leq ax + by \leq 4$

②  $-9 \leq ax + by \leq 9$

③  $-6 \leq ax + by \leq 6$

④  $0 \leq ax + by \leq 36$

⑤  $-36 \leq ax + by \leq 36$

해설

$a^2 + b^2 = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ 이면

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$  에서

$4 \cdot 9 \geq (ax + by)^2$

$\therefore -6 \leq ax + by \leq 6$

16. 어떤 농부가 길이 60m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



- ①  $60\text{m}^2$                       ②  $70\text{m}^2$                       ③  $80\text{m}^2$   
 ④  $90\text{m}^2$                       ⑤  $100\text{m}^2$

해설

전체 직사각형의 가로를  $a$ , 세로를  $b$ 라 하면

$$2a + 5b = 60$$

$a, b$ 는 양수이므로

$$60 = 2a + 5b \geq 2\sqrt{2a \cdot 5b}$$

양변을 제곱하면  $40ab \leq 60^2$

$$\therefore ab \leq 90$$

한편, 직사각형의 넓이는  $S = ab$ 이므로

$$S = ab \leq 90$$

따라서, 넓이의 최댓값은  $90(\text{m}^2)$

17. 다음 보기의 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

㉠  $a > b$ 이면  $a^2 > b^2$ 이다.

㉡ 정사각형은 마름모이다.

㉢ 임의의 유리수  $x$ 에 대하여  $\sqrt{2}x$ 는 무리수이다.

㉣  $a + b > 0$ 이면  $a > 0$ 이고  $b > 0$ 이다.

㉤  $x$ 가 6의 약수이면  $x$ 는 12의 약수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

(반례) ㉠  $a = 1, b = -4$  ㉢  $x = 0$  ㉣  $a = 5, b = -4$

$\therefore$  ㉡, ㉤만 참이다.

18. 명제 ' $x > 1$  인 어떤  $x$  에 대하여  $x^2 < 1$  또는  $x^2 = 1$ '의 부정은?

①  $x \leq 1$  인 모든  $x$  에 대하여  $x^2 > 1$

②  $x > 1$  인 모든  $x$  에 대하여  $x^2 > 1$

③  $x < 1$  인 모든  $x$  에 대하여  $x^2 \geq 1$

④  $x > 1$  인 모든  $x$  에 대하여  $x^2 \geq 1$

⑤  $x \leq 1$  인 모든  $x$  에 대하여  $x^2 \geq 1$

### 해설

$x > 1$ 은 대전제이므로 부정이 적용되지 않는다.

$\sim$  (어떤  $x$ )  $\leftrightarrow$  (모든  $x$ ),  $\sim$  (또는)  $\leftrightarrow$  (그리고),

$\sim (x^2 < 1) \leftrightarrow (x^2 \geq 1)$ ,  $\sim (x^2 = 1) \leftrightarrow (x^2 \neq 1)$

따라서 주어진 명제의 부정은 ' $x > 1$  인 모든  $x$  에 대하여  $x^2 > 1$ '이다.

19. 전체집합을  $U = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 전체집합  $U$ 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든  $x$ 에 대하여  $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의  $x, y$ 에 대하여  $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한  $x$ 에 대하여도  $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한  $x, y$ 에 대하여  $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤  $x^2 + x < x^3$  인  $x$ 가 존재한다.

### 해설

- ① 반례 :  $x = 0$  일 때  $x^2 = 0$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ② 반례 :  $x = y = 1$  일 때  $x + y = 2 \geq 1$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ③ 모든  $x$ 에 대하여  $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$  이므로 주어진 명제는 참이다.
- ④ 모든  $x, y$ 에 대하여  $x^2 - y^2 \leq 1$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ⑤ 모든  $x$ 에 대하여  $x^2 + x \geq x^3$  이므로 주어진 명제는 거짓이다.

20. 아래의 두 조건에 대하여 명제  $p \rightarrow q$  가 거짓임을 보이는 반례들의 집합을 구하면?

「 $p : x$  는 18의 약수,  $q : x$  는 12의 약수」

①  $\{1, 2, 3, 6\}$

②  $\{6, 12, 9, 8\}$

③  $\{9, 18\}$

④  $\{12, 18\}$

⑤  $\{6, 9, 18\}$

해설

두 조건  $p$ ,  $q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 하면,  $P = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ ,  $Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  이므로 반례들의 집합은  $P - Q = \{9, 18\}$

21. 다음 두 진술이 모두 참이라 할 때 다음 중 옳은 것은?

㉠ 수학을 잘하는 학생은 머리가 좋다.

㉡ 수학을 잘하는 학생은 물리 또는 컴퓨터를 잘한다.

① 수학을 잘하는 학생은 물리를 잘한다.

② 컴퓨터를 잘하는 학생은 머리가 좋다.

③ 머리가 좋은 학생은 물리를 잘 한다.

④ 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

⑤ 물리와 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

### 해설

$p$  : 수학을 잘하는 학생,  $q$  : 머리가 좋다,  $r$  : 물리 또는 컴퓨터를 잘 한다.  
 $p \Rightarrow q$ ,  $p \Rightarrow r$ 에서 대우명제도 참이므로  $\sim q \Rightarrow \sim p$   
에서 ‘머리가 좋지 않은 학생은 수학을 잘 못한다.’  
 $\sim r \Rightarrow \sim p$   
에서 ‘물리와 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.’

22. 세 수  $2^{60}$ ,  $3^{40}$ ,  $5^{30}$  의 대소를 바르게 비교한 것은?

①  $5^{30} < 3^{40} < 2^{60}$

②  $3^{40} < 2^{60} < 5^{30}$

③  $3 < 5^{30} < 2^{60}$

④  $2^{60} < 5^{30} < 3^{40}$

⑤  $2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

해설

$$\frac{2^{60}}{3^{40}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{20} = \left(\frac{8}{9}\right)^{20} < 1 \text{ 따라서 } 2^{60} < 3^{40}$$

$$\frac{3^{40}}{5^{30}} = \left(\frac{3^4}{5^3}\right)^{10} = \left(\frac{81}{125}\right)^{10} < 1 \text{ 따라서 } 3^{40} < 5^{30}$$

$$\therefore 2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$$





25. 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여  $n(A) = 10, n(B) = 8, n(C) = 6, n(A \cup B) = 14, n(B \cup C) = 10, A \cap C = \emptyset$  일 때,  $n(A \cup B \cup C)$  를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$A \cap C = \emptyset$  이므로  $A \cap B \cap C = \emptyset$

$\therefore n(A \cap C) = 0, n(A \cap B \cap C) = 0$

그런데,  $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$= 10 + 8 - 14 = 4$   $n(B \cap C) =$

$n(B) + n(C) - n(B \cup C) = 8 + 6 - 10 = 4$  이므로  $n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

$= 10 + 8 + 6 - 4 - 4 - 0 + 0 = 16$

