

1. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

두 수의 최대공약수는 2×3^2

$\therefore$ 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

2. $\left(+\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)$ 을 계산하면?

① $\frac{2}{9}$

② $\frac{9}{20}$

③ $-\frac{9}{20}$

④ $\frac{1}{20}$

⑤ $-\frac{1}{20}$

해설

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

3. 다음 중 가장 큰 수는?

① $(-2)^3$

② -2^3

③ $-(-2)^3$

④ -2^2

⑤ $(-2)^2$

해설

① $(-2)^3 = -8$

② $-2^3 = -8$

③ $-(-2)^3 = +8$

④ $-2^2 = -4$

⑤ $(-2)^2 = +4$

4. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3^3 \times 5$

④ $2^3 \times 3^3 \times 5$

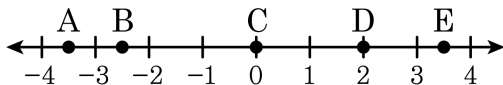
⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

5. 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 가 나타내는 수로 옳지 않은 것은?



- ① 점 A가 나타내는 점은 $-3\frac{1}{2}$ 이다.
- ② 점 B가 나타내는 점은 $-\frac{5}{2}$ 이다.
- ③ 유리수를 나타내는 점은 모두 5개이다.
- ④ 음의 정수를 나타내는 점은 모두 2개이다.
- ⑤ 점 A가 나타내는 수와 점 E가 나타내는 수의 절댓값이 같다.

해설

음의 정수는 자연수에 음의 부호를 붙인 수이므로 음의 정수를 나타내는 점은 0개이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

- ① a 가 음수일 때, a 의 절댓값은 a 이다.
- ② $a < b$ 이면 a 의 절댓값이 b 의 절댓값보다 작다.
- ③ $a < b < 0$ 이면 a 의 절댓값이 b 의 절댓값보다 크다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 정수는 1 이다.
- ⑤ a 가 유리수일 때, 절댓값이 a 인 수는 항상 2 개이다.

해설

- ① a 가 음수일 때, a 의 절댓값은 $-a$ 이다.
- ② 반례 : $-3 < -2$ 이지만, -3 의 절댓값이 -2 보다 크다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 정수는 0 이다.
- ⑤ 반례 : 0 은 유리수이지만 절댓값이 0 인 수는 0 하나 뿐이다.

7. -5 보다 $-\frac{1}{3}$ 만큼 작은 수를 a , 7 보다 $-\frac{1}{2}$ 만큼 큰 수를 b 라 할 때,
 $a < x \leq b$ 인 정수 x 의 개수는?

① 9 개

② 10 개

③ 11 개

④ 12 개

⑤ 13 개

해설

$$a = -5 - \left(-\frac{1}{3}\right) = -5 + \left(+\frac{1}{3}\right) = -\frac{14}{3}$$

$$b = 7 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{2}$$

$\therefore -\frac{14}{3} < x \leq \frac{13}{2}$ 인 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의
11 개이다.

8. $(-1)^{100} + (2)^3 \div \frac{1}{8} \times (-1)^{101}$ 의 값은?

① -64

② -63

③ 0

④ 63

⑤ 64

해설

$$(-1)^{100} + (2)^3 \div \frac{1}{8} \times (-1)^{101}$$

$$= 1 + (8) \times 8 \times (-1)$$

$$= 1 + (-64) = -63$$

9. 어떤 자연수 n 에 대하여 $\frac{110}{2 \times n + 1}$ 이 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

110의 약수를 구해보면 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110이다.

그 중 홀수는 1, 5, 11, 55이다.

$$2 \times n + 1 = 1 \text{에서 } \therefore n = 0$$

$$2 \times n + 1 = 5 \text{에서 } \therefore n = 2$$

$$2 \times n + 1 = 11 \text{에서 } \therefore n = 5$$

$$2 \times n + 1 = 55 \text{에서 } \therefore n = 27$$

따라서 자연수 n 의 합을 구하면 $2 + 5 + 27 = 34$

10. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

11. a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588일 때, (a, b) 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로

$a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면

$7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$

즉, (x, y) 는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b) 는

$(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.

12. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{48}{7}$

③ $\frac{8}{105}$

④ $\frac{48}{105}$

⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{7} \text{ 이다.}$$

⑦을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

13. $5^x = 125$ 를 만족하는 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$125 = 5^3$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

14. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수일 때,

$$\left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right]$$
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5096

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095 \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times (5096 + 1) \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \\ &+ \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \end{aligned}$$

이므로

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 5096,$$

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 0. \times \times \times \times \text{이다.}$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right] \\ &= [5096. \times \times \times \times] = 5096 \end{aligned}$$

15. m 은 0 이 아닌 짝수, n 은 0 이 아닌 홀수일 때 $(-1)^m + (-1)^{-2n} - (-1)^{2m-n} + (-1)^{m+4n}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2n$ 은 짝수, $2m - n$ 은 홀수, $m + 4n$ 은 짝수이므로,

$$(-1)^m + (-1)^{-2n} - (-1)^{2m-n} + (-1)^{m+4n} = 1 + 1 - (-1) + 1 = 4$$