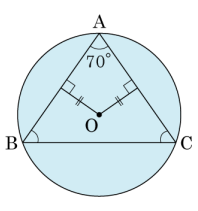
1. 다음 그림에서 $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?

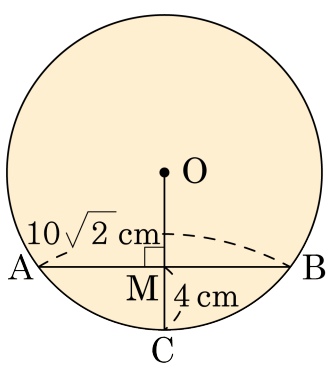


① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

원의 중심에서 접선까지의 거리가 같으므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로,
$\angle B = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$, $\overline{AB}$ $=10\sqrt{2}$cm , $\overline{MC}$ $=$ 4cm 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



① $\frac{33}{4}$cm ② $\frac{33}{2}$cm ③ 33cm
④ $\frac{33\sqrt{2}}{2}$cm ⑤ $\frac{33\sqrt{3}}{2}$cm

해설

$\overline{OA}$ $=$ rcm 이라 하면, $\overline{OM}$ $=$ $(r-4)$ cm 로 둘 수 있다.

$r^2=(r-4)^2+\left(5\sqrt{2}\right)^2$, $r^2=r^2-8r+16+50$ $\therefore r=\frac{33}{4}$

따라서 원의 지름은 $\frac{33}{4}\times 2=\frac{33}{2}$ (cm) 이다.

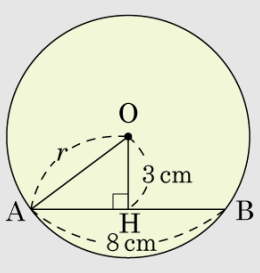
3. 원의 중심에서 3 cm 떨어져 있는 현의 길이가 8cm 일 때, 이 원의 넓이는?

① $25\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $28\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $32\pi\,\mathrm{cm}^2$

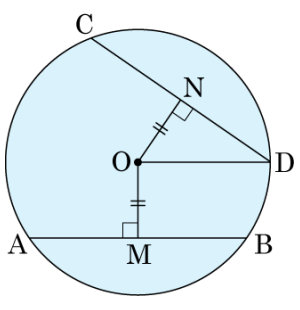
④ $36\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $38\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로 $r = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\mathrm{cm})$
따라서, 원 O 의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\mathrm{cm}^2)$



4. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?

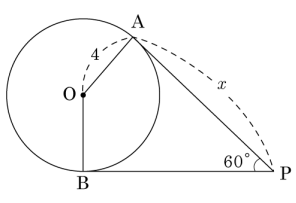


① $\overline{OA} = \overline{OC}$
② $\overline{AM} = \overline{BM}$
③ $\overline{CN} = \overline{BM}$
④ $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$
⑤ $\overline{AM} = \overline{OM}$

해설

⑤ $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

5. 다음 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다.)

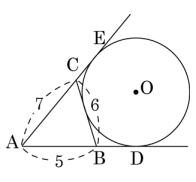


① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$
$x : 4 = \sqrt{3} : 1$
$x = 4\sqrt{3}$

6. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=6$, $\overline{AC}=7$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

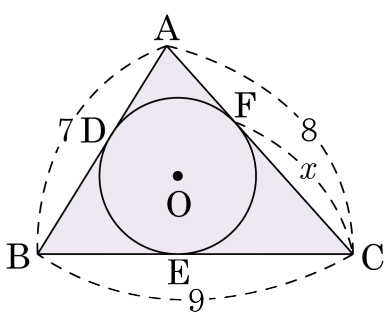
해설

$\overline{BD}=x$, $\overline{CE}=6-x$

$7+6-x=5+x$

$\therefore x=4$

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 접점이다. 다음은 $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CA}=8$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



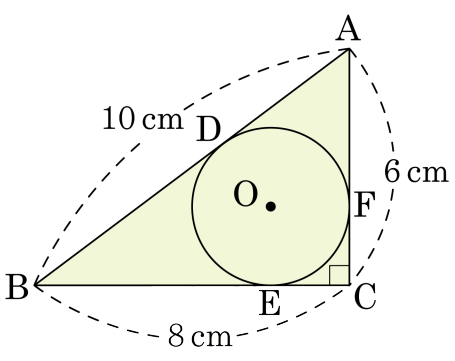
$\overline{CF}=x$ 라 하면 $\overline{CE}=x$ 이고
$\overline{AF}=(\text{㉠})$, $\overline{BE}=(\text{㉡})$
$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$ 이므로
$\overline{AB}=(\text{㉠})+(\text{㉡})=7$
$\therefore x=(\text{㉢})$

① ㉠ $8-x$ ② ㉡ $9-x$ ③ ㉢ 5
④ $\overline{BD}=3$ ⑤ $\overline{BE}=4$

해설

$\overline{AF}=\overline{AD}=3, \overline{BD}=7-\overline{AD}=7-\overline{AF}=7-3=4$

8. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



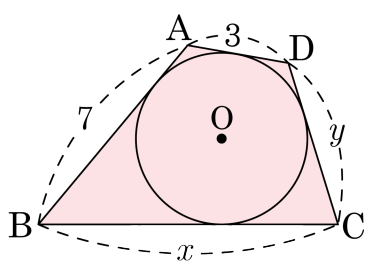
원의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면
$\overline{CF} = x\,\text{cm}$ $\overline{CE} = x\,\text{cm}$ 이고
$\overline{AF} = (㉠)\,\text{cm}$, $\overline{BE} = (㉡)\,\text{cm}$
$\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
$\overline{AB} = (㉠) + (㉡) = 10$
$\therefore x = (㉢)$

① ㉠ $6 - x$ ② ㉡ $8 - x$ ③ ㉢ 3
④ $\overline{BD} = 6\,\text{cm}$ ⑤ $\overline{BE} = 6\,\text{cm}$

해설

$x = 2$

9. 다음 그림에서 원 O 는 사각형 ABCD 의 내접원일 때, $x-y$ 의 값은?



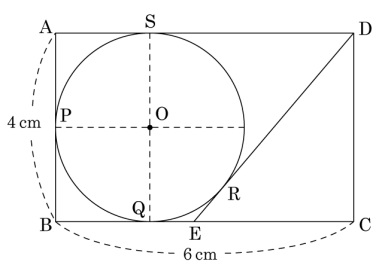
① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

원이 내접하는 사각형에서 두 대변의 합이 서로 같다.

$x+3=y+7 \quad \therefore \ x-y=4$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 △CDE 가 접하고 있다. △CDE 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



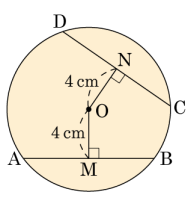
$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$
$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$
(△CDE 의 둘레)$= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$
$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + ①$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (② + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (③ + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + ④$
$= ⑤$

① $\overline{EC}$ ② $\overline{RE}$ ③ $\overline{EQ}$ ④ $\overline{CQ}$ ⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{ cm})$

11. 다음 그림에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$, $\overline{ON} \perp \overline{CD}$, $\overline{OM} = \overline{ON} = 4\text{cm}$, $\overline{AB} = 24\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{10}\text{cm}$ ② $2\sqrt{10}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{2}\text{cm}$

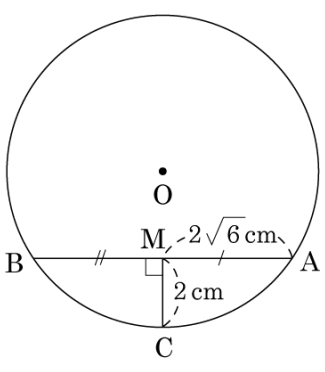
④ $16\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{ON} = 4\text{cm}$ 이므로

$\triangle ONC$에서 $\overline{OC} = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}(\text{cm})$

12. 다음을 그림을 참고하여 원 O 의 넓이를 구하면?



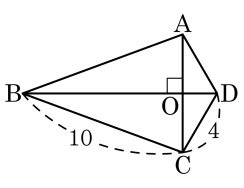
① $48\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $49\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $50\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $51\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $53\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$r^2 = (2\sqrt{6})^2 + (r-2)^2$
$r^2 = 24 + r^2 - 4r + 4$
$4r = 28$
$r = 7\ (\mathrm{cm})$
따라서 원의 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

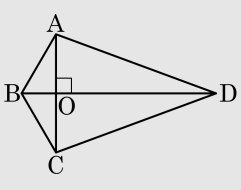
13. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값은?



① 6 ② 36 ③ 54

④ 64 ⑤ 84

해설

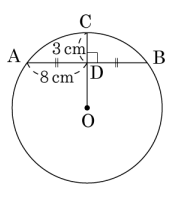


대각선이 직교하는 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$\therefore \overline{AB}^2 + 4^2 = 10^2 + \overline{AD}^2$

$\therefore \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 100 - 16 = 84$

14. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

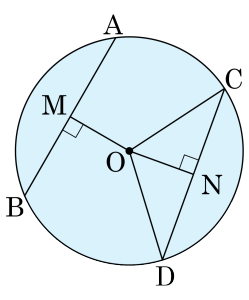


① $\frac{71}{6}\text{cm}$ ② 12cm ③ $\frac{73}{6}\text{cm}$
④ $\frac{37}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{25}{2}\text{cm}$

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 하면 $\triangle OAD$ 에서
$x^2 = 8^2 + (x-3)^2$
$x^2 = 64 + x^2 - 6x + 9$
$6x = 73$
따라서 $x = \frac{73}{6}(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$

④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

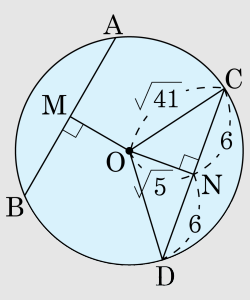
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

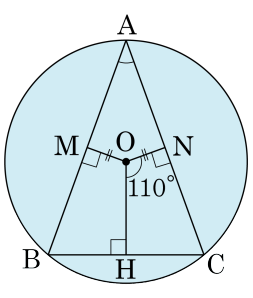
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



16. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고, $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle M = \angle N = \angle H = 90°$, $\angle NOH = 110°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

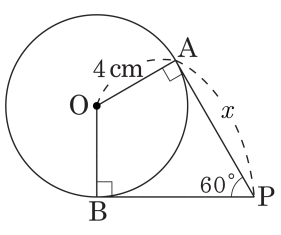


① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\angle B = \angle C$ 이다.
$\angle C = 360° - (90° + 90° + 110°) = 70°$
$\therefore \angle A = 180° - 70° \times 2 = 40°$

17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 4cm$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



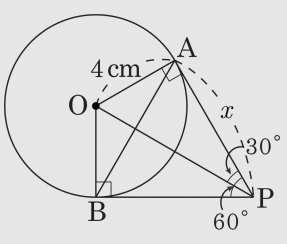
① 6cm ② 7cm ③ $4\sqrt{2}$cm

④ $4\sqrt{3}$cm ⑤ $3\sqrt{3}$cm

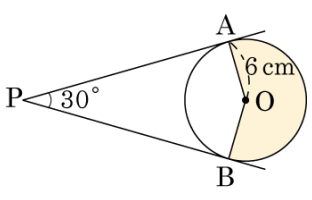
해설

$\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 4 : \overline{PA}$ 이다.

$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3}$



18. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하면?

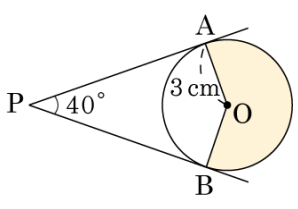


① $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{4}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{21}{8}\pi\text{cm}^2$
④ $\frac{27}{4}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

작은 부채꼴에서 $\angle\text{AOB} = 150°$ 이므로
색칠한 부채꼴의 중심각 $\angle\text{AOB} = 210°$
$\therefore\ \pi \times 6^2 \times \frac{210°}{360°} = 21\pi(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 의 접선이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $4\pi\text{cm}^2$ ② $5.5\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$

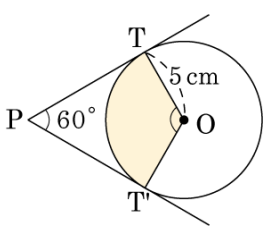
④ $8.5\pi\text{cm}^2$ ⑤ $12\pi\text{cm}^2$

해설

□OAPB 에서 ∠AOB 는 140° 이다.
따라서 색칠한 부분의 ∠AOB = 220° 이다.
색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 3^2 \times \frac{220^\circ}{360^\circ} = \frac{11}{2}\pi = 5.5\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 원 밖의 점 P 에서 원에 그은 접선에 대한 접점을 T, T′ 이라 할 때, 부채꼴 TOT′ 의 넓이를 구하면?



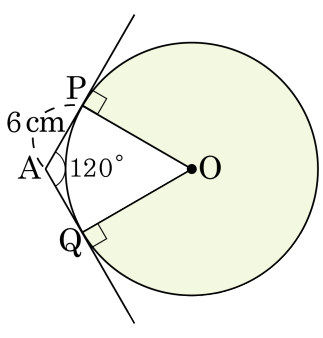
① $\frac{25}{3}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{4}\pi\text{cm}^2$
④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{50}{3}\pi\text{cm}^2$

해설

$\angle\text{TOT}' = 180° - 60° = 120°$

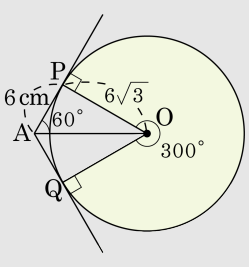
$\therefore \pi \times 5^2 \times \frac{120°}{360°} = \frac{25}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 P, Q 는 원 O 의 접점이다.
$\overline{AP} = 6\text{cm}$, $\angle PAQ = 120°$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하면?



① $60\pi\text{cm}^2$ ② $70\pi\text{cm}^2$ ③ $80\pi\text{cm}^2$
④ $90\pi\text{cm}^2$ ⑤ $100\pi\text{cm}^2$

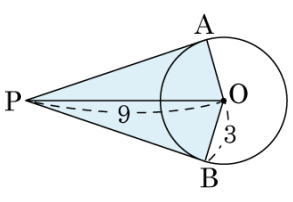
해설



$\overline{OP} = \sqrt{3} \times \overline{AP} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

(부채꼴의 넓이) $= \pi \times (6\sqrt{3})^2 \times \dfrac{300°}{360°} = 90\pi(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?
(단, $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선)

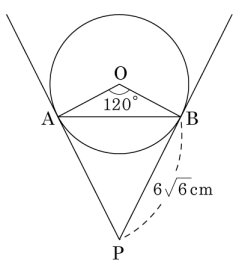


① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
④ $18\sqrt{2}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ 이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$
$\angle A = 90°$ 이므로
$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$
$\triangle PAO = 6\sqrt{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{2}$
$\therefore \square PBOA = 9\sqrt{2} \times 2 = 18\sqrt{2}$

23. 다음 그림과 같이 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점이 A, B 이고, $\angle AOB = 120°$, $\overline{PB} = 6\sqrt{6}$cm 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{OP} = 12\sqrt{2}$cm

② $\overline{AP} = 6\sqrt{6}$cm

③ $\overline{AB} = 6\sqrt{6}$cm

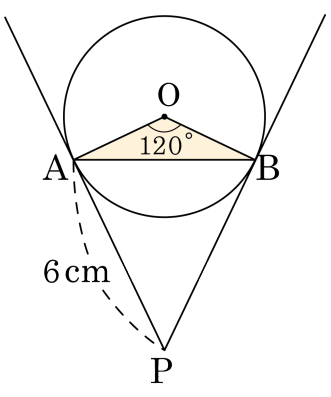
④ 5.0pt$\overset{\frown}{AB} = 4\sqrt{2}\pi cm$

⑤ (□OAPB의 둘레) $= 16\sqrt{6}$cm

해설

⑤ (□OAPB의 둘레) $= (12\sqrt{2} + 12\sqrt{6})$ cm

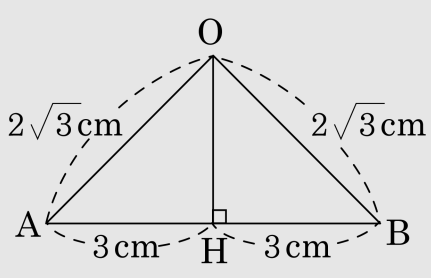
24. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60°$, $\overline{AP} = 6cm$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는?



① $4cm^2$ ② $3\sqrt{3}cm^2$ ③ $10cm^2$
④ $12\sqrt{2}cm^2$ ⑤ $12\sqrt{3}cm^2$

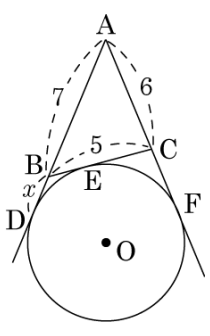
해설

$\angle APB = 60°$, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = 6cm$ 이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle OAP$ 에서 $\angle OPA = 30°$, $\angle AOP = 60°$
$\overline{AO} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AO} : 6 \quad \therefore \overline{AO} = 2\sqrt{3}(cm)$
$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때,
$\overline{OH} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (3)^2} = \sqrt{3}(cm)$ 이다.
$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}(cm^2)$

25. 다음 그림에서 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 7$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

해설

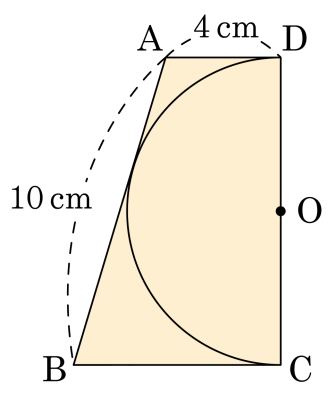
$\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD} + \overline{AF} &= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CF}) \\ &= (\overline{AB} + \overline{BE}) + (\overline{AC} + \overline{CE}) \\ &= \overline{AB} + (\overline{BE} + \overline{CE}) + \overline{AC} \\ &= 7 + 5 + 6 = 18\end{aligned}$$

그런데 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AD} = 18 \times \frac{1}{2} = 9$

$\therefore \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 9 - 7 = 2$

26. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

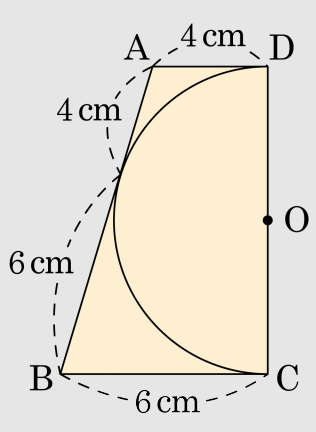


① 4cm ② 6cm ③ $4\sqrt{2}$cm

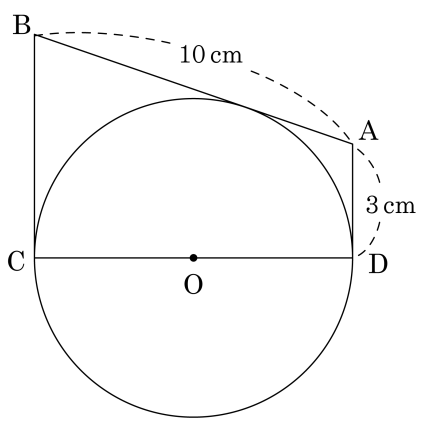
④ $2\sqrt{2}$cm ⑤ $\sqrt{11}$cm

해설

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DA}$ 가 원 O 에 접하므로



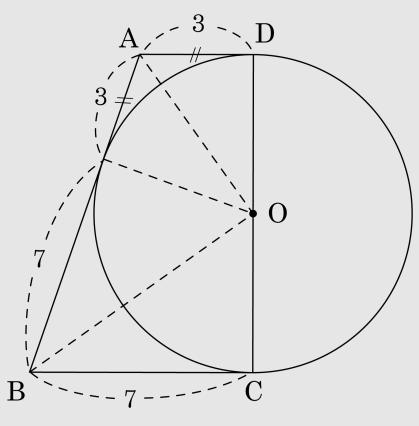
27. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$ 이고 원 O 가 $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 각각 접할 때, 선분 BC 의 길이로 알맞은 것은?



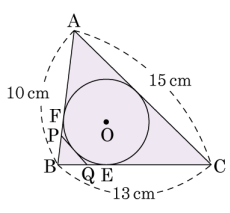
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

그림과 같이 이으면 $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$



28. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{PQ}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이는?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

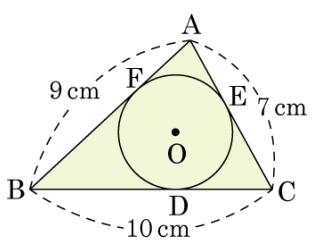
해설

$(\triangle PBQ\text{의 둘레의 길이}) = \overline{BE} + \overline{BF}$

$$\begin{aligned}\overline{BE} + \overline{BF} &= (\overline{AB} - \overline{AF}) + (\overline{BC} - \overline{EC}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - \left(\overline{AF} + \overline{EC}\right) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\triangle PBQ\text{의 둘레의 길이}) &= \overline{BE} + \overline{BF} \\ &= 10 + 13 - 15 \\ &= 8(\text{cm})\end{aligned}$$

29. 그림에서 원 O 는 △ABC 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 원 O 의 접점일 때, $\overline{AF}+\overline{BD}+\overline{CE}$ 의 길이는?

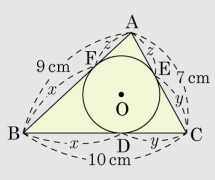


① 12cm ② 13cm

③ 14cm ④ 15cm

⑤ 16cm

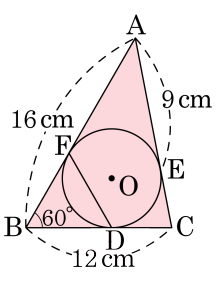
해설



그림에서 삼각형의 둘레의 길이 $26=2(x+y+z)$

$\therefore \overline{AF}+\overline{BD}+\overline{CE}=x+y+z=13$

30. 다음 그림에서 $\angle B = 60°$, $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F 는 접점)

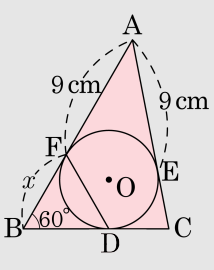


① $4\sqrt{3}\text{cm}$ ② 5cm ③ $5\sqrt{2}\text{cm}$

④ 7cm ⑤ $8\sqrt{2}\text{cm}$

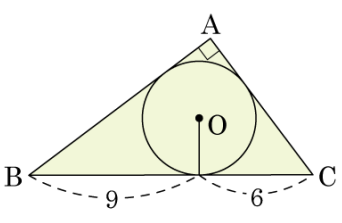
해설

$\overline{BF} = \overline{BD}$이므로 $\triangle BFD$는 정삼각형이다.
다음 그림에서



$x + 9 = 16$
$\therefore x = 7(\text{ cm})$

31. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



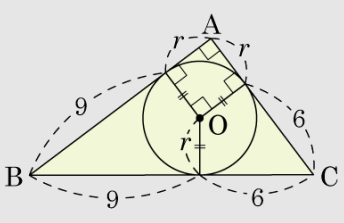
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

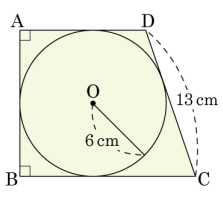
반지름을 r라 하면

$(9+r)^2+(6+r)^2 = 15^2$, $r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0 \quad \therefore r=3$



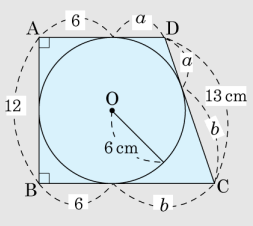
32. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



① 60cm^2 ② 64cm^2 ③ 72cm^2

④ 100cm^2 ⑤ 150cm^2

해설



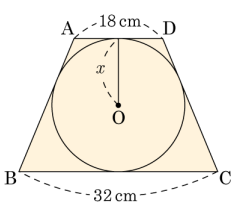
접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

$$\square\text{ABCD 의 넓이} = \frac{1}{2}\{(6+a)+(6+b)\}\times 12$$
$$= 6(12+a+b)$$

$a+b=13(\text{cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $6\times(12+13)=150(\text{cm}^2)$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 32\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



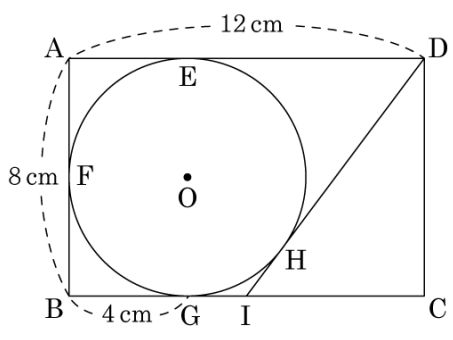
① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 18*cm*

해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 18 + 32 = 50(\text{cm})$
□ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
$\therefore \overline{AB} = 25(\text{cm})$

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
$\overline{BE} = 7(\text{cm})$ $\therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm})$
$\therefore x = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm})$

34. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AE}$의 길이는 4 cm 이다.

② $\overline{DH}$ 의 길이의 길이는 8 cm 이다.

③ $\overline{GI} = 2\,\text{cm}$ 이다.

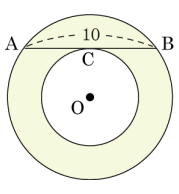
④ $\overline{CI} = 4\,\text{cm}$ 이다.

⑤ $\triangle CDI$의 넓이는 $24\,\text{cm}^2$ 이다.

해설

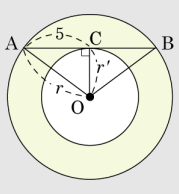
③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8-x)\,\text{cm}, \overline{DI} = (8+x)\,\text{cm}$ 이므로
피타고라스의 성질에 의해
$(8+x)^2 = 8^2 + (8-x)^2$
$\therefore x = 2\,\text{cm}$
④ $\overline{CI} = 8 - x = 6$
⑤ $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$

35. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

36. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AB}}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{\text{AD}} = 6$ 일 때, $\overline{\text{CD}}$ 의 길이는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

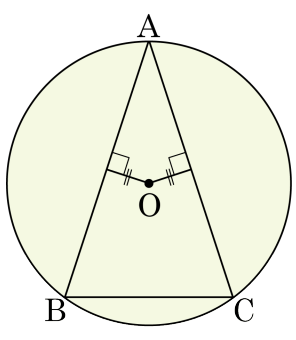
해설

원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.
△AOD에서

$\overline{\text{OD}} = \sqrt{\overline{\text{AO}}^2 - \overline{\text{AD}}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\therefore \overline{\text{CD}} = \overline{\text{OC}} - \overline{\text{OD}} = 10 - 8 = 2$

37. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 10\pi$, $\angle\text{BAC} = 30^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}}$ 의 길이는?



① 15π ② 18π ③ 22π ④ 25π ⑤ 30π

해설

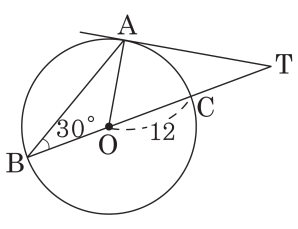
원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{AC}}$ 인 이등변 삼각형이다.
$\angle\text{A} = 30^\circ$ 이므로 $\angle\text{ABC} = 75^\circ$
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = \angle\text{BAC} : \angle\text{ABC}$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 30^\circ : 75^\circ$$

$\therefore 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 25\pi$

38. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 7 ② 9 ③ 10

④ 12 ⑤ 13

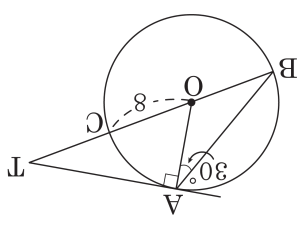
해설

$\angle AOC = 60°,\ \angle ATC = 30°, \overline{OA} = 12$

$1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$

$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

39. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

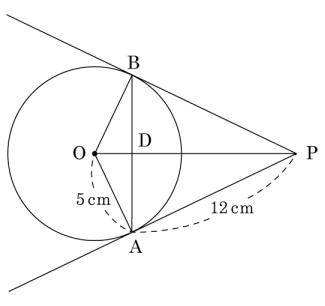


① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 8$
$1 : 2 = 8 : \overline{OT}$ $\therefore \overline{OT} = 16$
$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

40. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 24cm ② $\frac{192}{2}$cm ③ $\frac{120}{13}$cm
④ $\frac{124}{5}$cm ⑤ 25cm

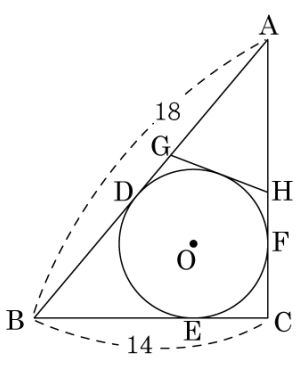
해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.
또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \ \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

41. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

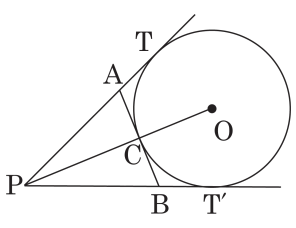


① 10 ② 12 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$
$\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$
$\triangle AGH$ 의 둘레가 20 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$
$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8,\ \overline{EC} = \overline{CF} = 6$
$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

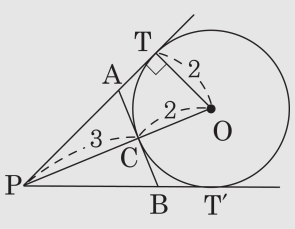
42. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AB}$ 와 점 C 에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T′ 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$ ② $\sqrt{21}\text{cm}$ ③ $2\sqrt{21}\text{cm}$

④ $\sqrt{29}\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설

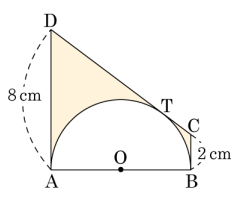


△POT 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}, \overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로

$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$

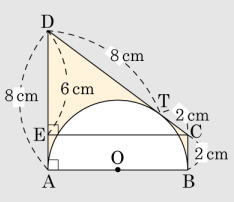
$\overline{PT} = \overline{PT'}$ $\therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$

43. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T 를 지나는 접선이 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는 점을 각각 D, C 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



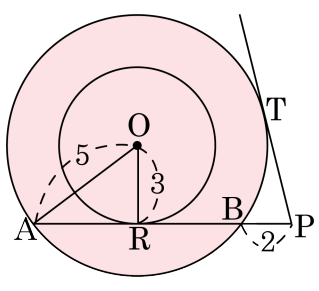
① $(40-8\pi)\text{cm}^2$ ② $(40+8\pi)\text{cm}^2$ ③ $(80-8\pi)\text{cm}^2$
④ $(40-4\pi)\text{cm}^2$ ⑤ $(80-16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는 □ABCD 에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.
그림에서 $\overline{DC}=10\,\text{cm}$, $\overline{DE}=6\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{CE}=8\,\text{cm}$
따라서 $\square ABCD=(8+2)\times 8\times\frac{1}{2}=40(\,\text{cm})$
$\overline{AB}=\overline{CE}=8\,\text{cm}$ 이므로 반원의 반지름은 $4\,\text{cm}$
따라서 (반원의 넓이)$=\pi\times 4^2\times\frac{1}{2}=8\pi(\,\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=(40-8\pi)\,\text{cm}^2$

44. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

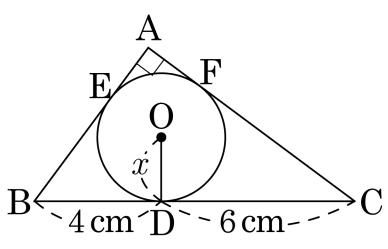
해설

$\angle ARO = 90°$ 이므로

$\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{AB} = 2\times\overline{AR} = 8$

$\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \quad \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$

45. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?



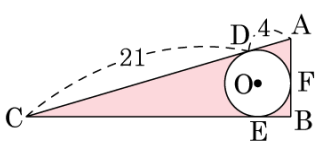
① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$

④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi cm^2$

해설

$\overline{\text{BD}} = 4\text{cm}$, $\overline{\text{CD}} = 6\text{cm}$ 이므로
$\overline{\text{AB}} = (4+x)\text{cm}$, $\overline{\text{AC}} = (6+x)\text{cm}$ 이다.
$(4+x)^2 + (6+x)^2 = 10^2$
$2x^2 + 20x + 52 = 100$
$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x-2)(x+12) = 0$
따라서 $x = 2$ $(x > 0)$ 이므로
원 O 의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

46. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

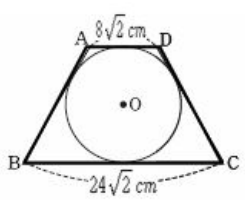


① $64-\frac{9}{4}\pi$ ② $72-4\pi$ ③ $84-9\pi$
④ $90-\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $100-25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF}=\overline{BE}=x$
$\overline{AD}=\overline{AF}=4$ 이므로 $\overline{AB}=4+x$,
$\overline{CE}=\overline{CD}=21$ 이므로 $\overline{BC}=21+x$
$(4+x)^2+(x+21)^2=25^2$
$\therefore\ x=3$
따라서, $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=24$
그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 24\times 7-\pi(3)^2=84-9\pi$

47. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$

④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

해설

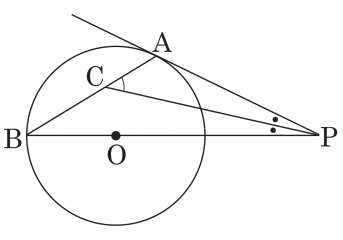
$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AH} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore$ 원의반지름은$4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

(원의 넓이) $= \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$

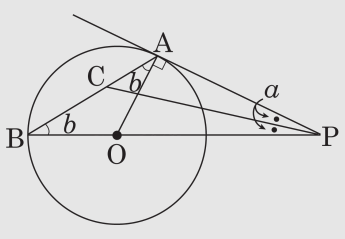
48. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

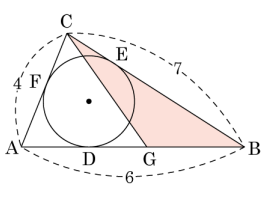
해설

점 A 와 점 O 를 연결하면
$\angle OAP = 90°$



$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90° + 2(a+b) = 180°$
$\therefore a + b = 45°$
$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$
$\therefore \angle PCA = a + b = 45°$

49. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=7$, $\overline{AC}=4$ 이고 $\overline{DG}:\overline{GB}=2:3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD}=a$ 라 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}=a$, $\overline{BD}=\overline{BE}=6-a$, $\overline{CE}=\overline{CF}=4-a$

$\overline{BC}=(6-a)+(4-a)=7$ 이므로

$a=\overline{AD}=\frac{3}{2}$, $\overline{BD}=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

$\overline{AD}:\overline{BD}=\frac{3}{2}:\frac{9}{2}=1:3$ 이므로 $\triangle DBC=\frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG}:\overline{GB}=2:3$ 이므로 $\triangle GBC=\frac{3}{5}\triangle DBC$

$\therefore \triangle GBC=\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\times\triangle ABC=\frac{9}{20}\triangle ABC$

다음 그림에서 $\overline{AH}=x$ 라 하면 $\overline{BH}=6-x$

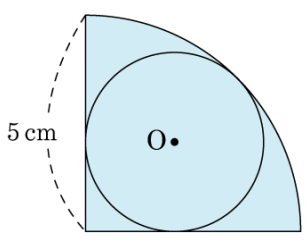
$\overline{CH^2}=4^2-x^2=7^2-(6-x)^2 \therefore\ x=\frac{1}{4}$

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{CH}=\sqrt{4^2-(\frac{1}{4})^2}=\sqrt{16-\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{255}{16}}=\frac{\sqrt{255}}{4}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{\sqrt{255}}{4}=\frac{3}{4}\sqrt{255}$

$\therefore \triangle GBC=\frac{9}{20}\triangle ABC=\frac{9}{20}\times\frac{3}{4}\sqrt{255}=\frac{27}{80}\sqrt{255}$

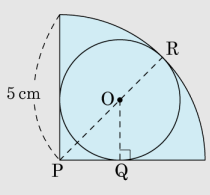
50. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 사분원에 내접하는 원 O 가 있다. 원 O 의 반지름의 길이는?



① $(5\sqrt{2}-5)$cm ② $(4\sqrt{2}-5)$cm ③ $(3\sqrt{2}-5)$cm
④ $(2\sqrt{2}-5)$cm ⑤ $(\sqrt{2}-5)$cm

해설

원 O 의 반지름을 $x$cm 라 한다.
그림과 같이 보조선을 그으면



$\overline{PR} = \overline{PO} + \overline{OR}$
$\sqrt{2}x + x = 5$
$(\sqrt{2}+1)x = 5$
$x = 5(\sqrt{2}-1)$