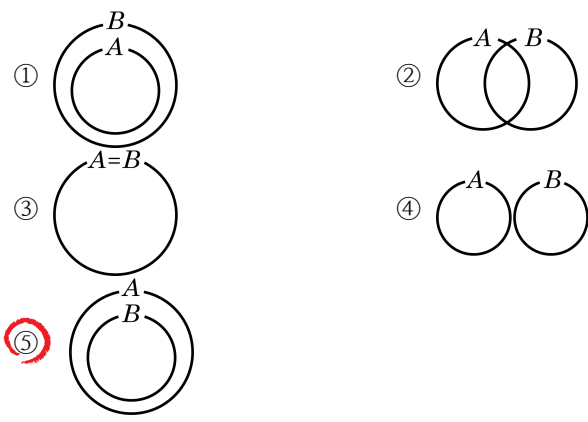


1.  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$  을 원소로 가지는 집합을 각각  $A, B$  라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$  이므로  
 $B \subset A, A \neq B$

2.  $A = \{1, 2, 3\}$  일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

①  $\emptyset \subset A$

②  $\{2\} \in A$

③  $\{1, 2, 3\} \subset A$

④  $\{1, 2\} \subset A$

⑤  $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

해설

②  $\{2\} \subset A$

3. 두 집합  $A = \{2, \bigcirc, 6\}$ ,  $B = \{4, 2, \diamond\}$ 에 대하여  $A = B$ 일 때,  $\bigcirc$ ,  $\diamond$ 에 대하여  $A = B$ 일 때,  $\bigcirc$ ,  $\diamond$ 안에 들어갈 수를 차례로 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 6

**해설**

$A = B$ 이면 집합  $A, B$ 의 모든 원소가 같아야 한다.  
집합  $A$ 의  $\bigcirc = 4$ 이고, 집합  $B$ 의  $\diamond = 6$ 이다.

4.  $A = \{a, i, u, e, o\}$  일 때,  $B \subset A$  이고,  $A \neq B$  인 집합  $B$  의 개수는?

- ① 3 개      ② 7 개      ③ 15 개      ④ 31 개      ⑤ 63 개

해설

$B \subset A$  이고,  $A \neq B$  인 집합  $B$  는 집합  $A$  의 진부분집합이다.  
따라서 집합  $B$  의 개수는 (집합  $A$  의 부분집합의 수)  $-1$  (개)가 된다.  
따라서  $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$  (개)이다.

5. 두 집합  $A = \{3, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 모두 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

$A \subset X \subset B$ 는 집합  $B$ 의 부분집합 중 집합  $A$ 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 나타낸다.

따라서  $\{3, 5\}$ ,  $\{1, 3, 5\}$ ,  $\{2, 3, 5\}$ ,  $\{3, 4, 5\}$ ,  $\{1, 2, 3, 5\}$ ,  $\{1, 3, 4, 5\}$ ,  $\{2, 3, 4, 5\}$ ,  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  이므로 개수는 8개이다.

6. 다음은 은희와 수지의 월요일 시간표이다.

|    | 1교시 | 2교시 | 3교시 | 4교시 | 5교시 | 6교시 |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 은희 | 도덕  | 국어  | 체육  | 수학  | 미술  | 한문  |
| 수지 | 국어  | 영어  | 음악  | 사회  | 컴퓨터 | 과학  |

은희의 시간표에 있는 교과목의 집합을  $A$ , 수지의 시간표에 있는 교과목의 집합을  $B$  라 할 때,  $A \cap B$  를 원소나열법으로 나타내어라.

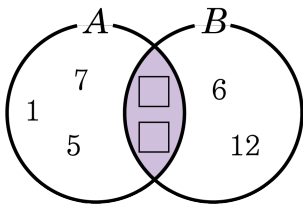
▶ 답 :

▷ 정답 : {국어}

해설

$A = \{\text{도덕}, \text{국어}, \text{체육}, \text{수학}, \text{미술}, \text{한문}\}$   
 $B = \{\text{국어}, \text{영어}, \text{음악}, \text{사회}, \text{컴퓨터}, \text{과학}\}$   
 $A \cap B = \{\text{국어}\}$

7. 두 집합  $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$  를 벤 다이어그램으로 나타낼 때,  $\square$  안에 알맞은 수를 쓰시오.



▶ 답 :

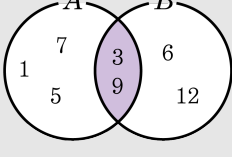
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

▶ 정답 : 9

해설

$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$  를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



8. 두 집합  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, c, e, f\}$  일 때,  $n(A - B)$  는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$A - B = \{a, d\}$$

$$n(A - B) = 2$$

9. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $(A \cup B) \cap (A \cup B^C)$ 을 간단히 하면?

①  $A$       ②  $U$       ③  $\emptyset$       ④  $B$       ⑤  $B^C$

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cup B^C) = A \cup (B \cap B^C) = A \cup \emptyset = A$$

10. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  일 때,  $n(A \cup B)$ 는?

- ① 5개      ② 6개      ③ 7개      ④ 8개      ⑤ 9개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 8$$

11. 10의 약수의 집합을  $A$ , 12의 약수의 집합을  $B$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

①  $10 \in A$

②  $12 \in A$

③  $14 \notin B$

④  $8 \in B$

⑤  $6 \notin B$

해설

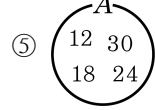
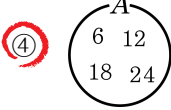
$A = \{1, 2, 5, 10\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  이므로  $10 \in A$ ,  $14 \notin B$  이다.

12. 25 보다 작은 6 의 배수의 모임을 집합  $A$  라고 할 때,  $A$  를 원소나열법, 조건제시법, 벤 다이어그램으로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

①  $A = \{24, 12, 6, 18\}$

②  $A = \{6, 12, 18\}$

③  $A = \{x \mid x \text{는 } 25\text{보다 작은 } 6\text{의 배수}\}$



해설

$A$  에 속하는 모든 원소들은 6, 12, 18, 24 이며, 그 원소들의 공통된 성질은 25 보다 작은 6 의 배수라는 점이다.

13. 다음 중 유한집합인 것을 모두 골라라.

- ㉠

$\{x \mid x \text{는 자연수}\}$
- ㉡

$\{x \mid x \text{는 가장 작은 자연수}\}$
- ㉢

$\{x \mid 0 < x < 1, x \text{는 자연수}\}$
- ㉤

$\{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$
- ㉥

$\{x \mid x \text{는 1보다 작은 수}\}$
- ㉦

$\{x \mid x \text{는 100보다 작은 2의 배수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉦

해설

- ㉠  $\{1, 2, 3, \dots\}$  이므로 무한집합이다.
- ㉡ 가장 작은 자연수는 1 이므로 유한집합이다.
- ㉢ 0과 1 사이에 자연수는 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한 집합이다.
- ㉤ 유한집합
- ㉥ 1보다 작은 수는  $0, -1, -\frac{1}{2}, \dots$  등 무수히 많이 존재하므로 무한집합이다.
- ㉦  $\{2, 4, 6, 8, \dots, 96, 98\}$  이므로 유한집합이다.

14. 집합  $A = \{\emptyset, x, y, \{x, y\}\}$  일 때,  $n(A)$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합  $A$  에서  $\{x, y\}$ 와  $\emptyset$  은 하나의 원소이므로  $n(A) = 4$  이다.

15. 다음 중 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합인 것을 고르면?

①  $\{0, 2\}$

②  $\{1, 4\}$

③  $\{1, 2, 6\}$

④  $\{1, 3, 5\}$

⑤  $\{4, 5, 6\}$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$   
따라서  $\{1, 2, 6\} \subset A$  이다.

16. 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠  $n(\{\emptyset\}) = 1$
- ㉡  $A \subset B$  이면,  $n(A) \leq n(B)$  이다.
- ㉢  $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 크고 } 3 \text{ 보다 작은 홀수}\}) = 2$
- ㉣  $n(A) \leq n(B)$  이면  $A \subset B$  이다.

- ① ㉠, ㉡      ② ㉠, ㉢      ③ ㉡, ㉣      ④ ㉡, ㉣      ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢  $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 보다 크고 } 3 \text{ 보다 작은 홀수}\}) = 0$
- ㉣ 반례 :  $A = \{2, 4\}$ ,  $B = \{1, 3\}$

17. 집합 {1, 3, 5, 7} 에서 원소 1 을 포함하고 5 를 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 2 개      ② 3 개      ③ 4 개      ④ 6 개      ⑤ 8 개

해설

$$2^{(1, 5\text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

18. 두 집합  $A, B$ 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

|                                      |                                        |
|--------------------------------------|----------------------------------------|
| $\neg (A \cap B) \subset (A \cup B)$ | $\supset \emptyset \cap A = A$         |
| $\supset B \subset (A \cap B)$       | $\supset B \cup \emptyset = \emptyset$ |

- ①  $\supset, \supset$
- ②  $\supset, \supset$
- ③  $\neg, \supset$
- ④  $\supset, \supset, \supset$
- ⑤  $\neg, \supset, \supset$

해설

$\supset A \cap \emptyset = \emptyset$   
 $\supset B \subset (A \cup B)$   
 $\supset B \cup \emptyset = B$

19. 세 집합  $A, B, X$ 에 대하여  $X \cup (A \cap B) = X$  일 때 다음 중 옳은 것은?

- ①  $X \subset A$                       ②  $X \subset (A \cap B)$                       ③  $X \subset (A \cup B)$   
④  $(A \cup B) \subset X$                       ⑤  $(A \cap B) \subset X$

해설

$X \cup (A \cap B) = X$  는  $(A \cap B) \subset X$  를 의미한다.

- ①  $X \subset A$  는 알 수 없다.  
②  $X \subset (A \cap B)$  는 알 수 없다.  
③  $X \subset (A \cup B)$  는 알 수 없다.  
④  $(A \cup B) \subset X$  는 알 수 없다.

20. 두 집합  $A = \{b, c, d, f, g\}$ ,  $B = \{a, b, d, e, f, g, h\}$ 에 대하여  $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수는?

- ① 8 개      ② 10 개      ③ 12 개      ④ 14개      ⑤ 16 개

해설

$\{b, d, f, g\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  이므로 집합  $X$ 는  $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 의 부분집합 중  $b, d, f, g$ 를 원소로 갖는 집합이다.

따라서 집합  $X$ 의 개수는  $2^4 = 16$  (개)이다.

21. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  의 두 부분집합  $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 3, 4\}$  에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
- ①  $A - B = \{1, 5\}$

②  $B^c = \{1, 5, 6, 7\}$

③  $A \cap B = \{3\}$

④  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$

⑤  $B - A^c = \{3\}$

해설

④  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  이다.

22. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여,  $A \subset B$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $B^C \subset A^C$

②  $A - B = \emptyset$

③  $A \cap B = A$

④  $A \cup B = B$

⑤  $B - A = \emptyset$

해설

⑤  $A - B = \emptyset$  이다.

23. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가  $A - B = \{2, 6\}$  인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합  $A = \{2, 3, 4, b\}$ ,  $B = \{3, a, 5, 7\}$  을 발견하였다. 이 때, 원소  $a, b$  를 찾아  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a + b = 10$

해설

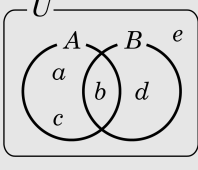
$A - B \subset A$  이고  $A - B = \{2, 6\}$  이므로  $b = 6$  이다.  $A \cap B = \{3, 4\}$  이므로  $a = 4$  이다. 따라서  $a + b = 10$  이다.

24. 전체집합  $U = \{a, b, c, d, e\}$  의 두 부분집합  $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d\}$  에 대하여  $A^c \cap B^c$  은?

- ①  $\{a\}$       ②  $\{a, c\}$       ③  $\{b\}$       ④  $\{e\}$       ⑤  $\{b, e\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{a, b, c, d\})^c = \{e\}$  이다.



25. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  의 두 부분집합  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여  $A \cap B^c$  은?

- ①  $\{1\}$       ②  $\{2\}$       ③  $\{4\}$       ④  $\{1, 2\}$       ⑤  $\{2, 4\}$

해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 4\}$  이다.

26. 1 부터 20 까지의 자연수 중 2 의 배수이지만 3 의 배수가 아닌 수의 개수는?

- ① 5 개      ② 6 개      ③ 7 개      ④ 8 개      ⑤ 10 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 6, n(A \cap B) = 3$  이다.

따라서  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 3 = 7$

27. 다음 중에서 명제 ‘자연수  $n$ 의 각 자리 숫자의 합이 6의 배수이면,  $n$ 은 6의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는  $n$ 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33의 경우  $3+3=6$ 이지만, 33은 6의 배수가 아니다.

28. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는  $a = b$ 이기 위한 (가)조건이다.
  - 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나)조건이다.

- ① 필요, 필요

② 필요, 충분

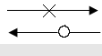
③ 충분, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b|$



$a = b \therefore$  필요

$\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore$  필요

29.  $a > 0$  일 때,  $A = 1 + \frac{a}{2}$ ,  $B = \sqrt{1+a}$  의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ①  $A > B$
- ②  $A < B$
- ③  $A \geq B$
- ④  $A \leq B$
- ⑤  $A = B$

해설

$a > 0$  이므로  $1 + \frac{a}{2} > 0$ ,  $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서  $A^2 > B^2$  이므로  $A > B$  이다.

30. 부등식  $|x + y| \leq |x| + |y|$  에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

- ①  $x = y$
- ②  $xy > 0$
- ③  $xy \geq 0$
- ④  $x \geq 0, y \geq 0$
- ⑤  $x \leq 0, y \leq 0$

해설

$|x + y| = |x| + |y|$  의 양변을 제곱하여 정리하면  
 $xy = |xy|$   
( i )  $xy = |xy| \Rightarrow xy \geq 0$   
( ii ) 또  $xy > 0$  이면  $x, y$  는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.  
 $xy = 0$  이면 등호가 성립한다.  
따라서,  $xy \geq 0 \Rightarrow xy = |xy|$   
( i ), ( ii ) 에서  
 $xy = |xy| \Leftrightarrow xy \geq 0$

31.  $x > 3$ 일 때  $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

$$\frac{3}{x-3} + 2 + 3x = 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11$$

이 때,  $x > 3$ 이므로  $3(x-3) > 0$ ,  $\frac{3}{x-3} > 0$

산술평균과 기하평균에 의해

$$\begin{aligned} & 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11 \\ & \geq 2\sqrt{3(x-3) \cdot \frac{3}{x-3}} + 11 \\ & = 2 \cdot 3 + 11 = 17 \end{aligned}$$

(단, 등호는  $3(x-3) = \frac{3}{x-3}$ , 즉  $x = 4$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 17

32.  $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 홀수를 적어도 1개 포함하는 집합의 개수는?

- ① 12개      ② 16개      ③ 32개      ④ 56개      ⑤ 64개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

전체 부분집합의 개수:  $2^6 = 64$

홀수를 적어도 1개 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수가 하나도 포함되지 않은 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$$2^6 - 2^3 = 64 - 8 = 56 \text{ (개)}$$

33. 명제 ‘모든 학생들은 수학을 좋아한다.’의 부정으로 옳은 것은?

- ① 모든 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ② 모든 학생들은 영어를 좋아한다.
- ③ 어떤 학생들은 수학을 좋아한다.
- ④ 어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ⑤ 어떤 학생들은 영어를 좋아한다.

해설

‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 주어진 명제의 부정은 ‘어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.’이다.

34. 다음 중 참인 명제는?

- ① 직사각형은 마름모이다.
- ② 평행사변형은 직사각형이다.
- ③ 사다리꼴이면 정사각형이다.
- ④ 정삼각형이면 이등변삼각형이다.
- ⑤ 삼각형 ABC 가 직각삼각형이면  $\angle A = 90^\circ$  이다.

해설

- ④ 이등변삼각형의 집합은 정삼각형의 집합을 포함하고 있으므로 참이다.

35. 세 조건  $p, q, r$  을 만족하는 집합을 각각  $P, Q, R$  이라 하고,  $P \cap R = Q$  인 관계가 성립한다고 할 때, 다음 중 참인 명제는?

- ①  $p \rightarrow q$

②  $p \rightarrow \sim r$

③  $q \rightarrow r$
- ④  $r \rightarrow p$

⑤  $r \rightarrow \sim q$

해설

세 조건  $p, q, r$  의 진리집합이  $P \cap R = Q$  인 관계를 성립하므로  $Q \subset P, Q \subset R$  이다. 따라서,  $q \rightarrow p, q \rightarrow r$  등이 참인 명제가 된다.

36. 집합  $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여  $a \in A, b \in A$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

- ① 임의의  $a$ 에 대하여  $a^2 > 0$ 이다.
- ②  $a^2 - 1 = 0$ 을 만족하지 않는  $a$ 가 있다.
- ③ 모든  $a, b$ 에 대하여  $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족한다.
- ④ 모든  $a, b$ 에 대하여  $a + b > 2$ 이다.
- ⑤  $|a| = |b|$ 이면  $ab = 1$ 이다.

해설

- ①  $a = 0$ 이면  $a^2 = 0$ 이므로 거짓이다.
- ②  $a = 0$ 이면  $a^2 = 0$ 이므로 참이다.
- ③  $a = 1, b = 1$ 이면  $a^2 + b^2 = 2$ 이므로 거짓이다.
- ④  $a = 0, b = 0$ 이면  $a + b = 0$ 이므로 거짓이다.
- ⑤  $a = 1, b = -1$ 이면  $|a| = |b| = 1$ 이지만  $ab = -1$ 이므로 거짓이다.

37. 명제 ‘ $x-2=0$  이면  $x^2-ax+6=0$  이다.’가 참이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

명제 ‘ $x-2=0$  이면  $x^2-ax+6=0$  이다.’가 참이 되려면

$2^2-2a+6=0$  을 만족해야 한다.

$2^2-2a+6=0$  ,  $2a=10$

$\therefore a=5$

38. 다음 중 명제의 역이 참인 것을 모두 고르면?

- ①  $x$  가 소수이면  $x$  는 홀수이다.
- ②  $x$  가 3의 배수이면  $x + 1$  은 짝수이다.
- ③ 4 의 배수는 2 의 배수이다.
- ④  $2x > x + 3$  이면  $x > 3$  이다.
- ⑤  $x + y \leq 5$  이면  $x \leq 2, y \leq 3$  이다.

해설

‘역’의 대우인 ‘이’가 참인지 확인 한다.  
①  $x$  가 소수가 아니면  $x$  는 짝수이다 (거짓) 반례 :  $x = 2$   
②  $x$  가 3 의 배수가 아니면  $x + 1$  은 홀수이다. (거짓) 반례 :  $x = 5$   
③ 4의 배수가 아니면 2의 배수가 아니다 (거짓) 반례 : 6  
④  $2x \leq x + 3 \rightarrow x \leq 3$  (참)  
⑤  $x + y > 5 \rightarrow x > 2$  또는  $y \geq 3$  (참)

39. 두 실수  $x, y$ 에 대하여 다음 명제가 참일 때, 실수  $k$ 의 최솟값을 구하여라.

$x + y < 8$ 이면  $x < -2$  또는  $y < k$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.  
따라서  $x \geq -2$ 이고  $y \geq k$ 이면  $x + y \geq 8$   
 $x \geq -2, y \geq k$ 에서  $x + y \geq k - 2$ 이므로  
 $k - 2 \geq 8, \therefore k \geq 10$   
따라서  $k$ 의 최솟값은 10이다.

40. 네 조건  $p, q, r, s$ 에 대하여 명제  $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 일 때, 보기 중 참인 명제의 개수는?

|                          |                          |                               |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| ㉠ $q \Rightarrow p$      | ㉡ $s \Rightarrow r$      | ㉢ $r \Rightarrow s$           |
| ㉤ $p \Rightarrow \sim s$ | ㉥ $q \Rightarrow \sim p$ | ㉦ $\sim r \Rightarrow \sim q$ |
| ㉧ $s \Rightarrow \sim p$ |                          |                               |

- ① 3개      ② 4개      ③ 5개      ④ 6개      ⑤ 7개

해설

㉡, ㉤, ㉥, ㉦, ㉧이 참이다.  
 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 이므로  
그 각각의 대우도 참이다.  
 $\therefore q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$   
 $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$ 이므로  
 $\therefore p \Rightarrow \sim s, s \Rightarrow \sim p$   
 $s \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로  
 $\therefore s \Rightarrow r$

41. 자연수  $n$ 에 대하여 ‘ $n^2$ 이 짝수이면  $n$ 도 짝수이다.’를 증명하는 과정이다. 이 때 괄호 안에 들어갈 알맞은 논리 중 틀린 것을 아래의 보기에서 고르면?

증명

주어진 명제의 ( ① )를 구하여 보면  $n$ 이 ( ② )이면  $n^2$ 도 ( ② )이다. 이 때  $n$ 이 ( ② )이므로  $n =$  (③) ( $k$ 는 0 또는 자연수)  
이 때  $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$   
 $\therefore n^2$ 은 ( ② )이다. 따라서, ( ① )가 ( ④ )이므로 주어진 명제는 ( ⑤ )이다.

- ① 대우
- ② 홀수
- ③  $2k + 1$
- ④ 거짓
- ⑤ 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

42. 두 조건  $p : |x - h| \leq 1, q : -3 \leq x \leq 6$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건일 때, 정수  $h$ 의 개수는?

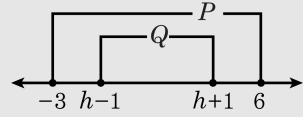
① 4개      ② 5개      ③ 6개      ④ 7개      ⑤ 8개

해설

$$P = \{x \mid h - 1 \leq x \leq h + 1\}$$

$$Q = \{x \mid -3 \leq x \leq 6\}$$

$$p \rightarrow q(\text{참}) \Rightarrow P \subset Q$$



$$-3 \leq h - 1, \quad h + 1 \leq 6$$

$$\therefore -2 \leq h \leq 5$$

따라서 정수  $h$ 의 개수는 8개이다.

43. 전체집합  $U$ 에 대하여 두 집합이  $A = \{x \mid x > 3\}$ ,  $B = \{x \mid x \leq -1\}$  일 때, 주어진 조건 또는 명제를 집합으로 바르게 표현한 것은?
- ① 조건:  $x < 3$ , 집합표현:  $A^c$
  - ② 조건:  $x \geq -1$ , 집합표현:  $B^c$
  - ③ 조건:  $-1 < x \leq 3$ , 집합표현:  $(A \cap B)^c$
  - ④ 명제:  $x > 3 \rightarrow x > -1$ , 집합표현:  $A \subset B^c$
  - ⑤ 조건:  $x \leq 3$  또는  $x > -1$ , 집합표현:  $(A \cup B)^c$

해설

- ①  $A^c$  은  $x \leq 3$  이다.
- ②  $B^c$  은  $x > -1$  이다.
- ③  $(A \cap B)^c$  에서  $A \cap B = \emptyset$  이므로  $(A \cap B)^c$  은 전체집합  $U$ 이다.
- ⑤  $(A \cup B)^c$  은  $-1 < x \leq 3$ 이다.

44. 네 조건  $p, q, r, s$  에 대하여  $p$  는  $r$  이기 위한 충분조건,  $q$  는  $r$  이기 위한 충분조건,  $s$  는  $r$  이기 위한 필요조건,  $q$  는  $s$  이기 위한 필요조건이다. 이 때,  $q$  는  $p$  이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q$  이므로  $P \subset Q$   
 $\therefore q$  는  $p$  이기 위한 필요조건

45. 다음은  $|a| < 1$ ,  $|b| < 1$ ,  $|c| < 1$  일 때 부등식  $abc + 2 > a + b + c$ 가 성립함을 증명한 것이다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} abc + 2 &> a + b + c \\ &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\ &= (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠}) \end{aligned}$$

$|a| < 1$  이므로  $(\text{㉡}) < 1 - a < (\text{㉢})$

같은 방법으로  $(\text{㉢}) < 1 - b < (\text{㉢})$ ,

$$(\text{㉡}) < 1 - c < (\text{㉢})$$

또한  $|ab| < 1$  이므로  $(\text{㉡}) < 1 - ab < (\text{㉢})$

따라서  $abc + 2 - (a + b + c) = (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠}) > (\text{㉡})$

이므로  $abc + 2 > a + b + c$

①  $(1 + a)(1 + b), 0, 2$

②  $(1 - a)(1 + b), 0, 2$

③  $(1 + a)(1 + b), -1, 1$

④  $(1 - a)(1 - b), 0, 2$

⑤  $(1 - a)(1 - b), -1, 1$

해설

$$\begin{aligned} abc + 2 > a + b + c &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\ &= abc - ab - c + 1 + 1 + ab - a - b \\ &= (1 - ab)(1 - c) + (1 - a)(1 - b) \end{aligned}$$

$|a| < 1$  이므로  $-1 < a < 1$  이므로  $0 < 1 - a < 2$

$|b| < 1$  이므로  $-1 < b < 1$  이므로  $0 < 1 - b < 2$

$|c| < 1$  이므로  $-1 < c < 1$  이므로  $0 < 1 - c < 2$

또한  $|ab| < 1$  이므로  $0 < 1 - ab < 2$

따라서  $abc + 2 - (a + b + c)$

$$= (1 - ab)(1 - c) + (1 - a)(1 - b) > 0$$

이므로  $abc + 2 > a + b + c$

46.  $m$ 이 실수 일 때,  $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는  $k$ 의 최댓값을 구하시오.  
(단,  $m \neq 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$m$ 이 실수이고,  $m \neq 0$ 이므로  $m^2 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 &\geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2 \\ &= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

47. 실수  $x, y$ 가  $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때,  $x + 2y$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 한다. 이 때,  $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$$

$x^2 + y^2 = 5$ 이므로

$$25 \geq (x + 2y)^2$$

$$\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5$$

$$\therefore M = 5, m = -5$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

48. 두 실수  $x, y$ 의 제곱의 합이 10일 때,  $x + 3y$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 한다. 이 때,  $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해  
 $(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$   
 $x^2 + y^2 = 10$ 이므로  $100 \geq (x + 3y)^2$   
 $\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$   
 $\therefore M = 10, m = -10$   
 $\therefore M - m = 10 - (-10) = 20$

49. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다. 밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

5월 18일 비온 뒤 껌  
오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.  
입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.  
선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

‘멋진’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

‘큰’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

50. 자연수를 원소로 하는 두 집합  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ ,  $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다.  $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합  $A$ 의 원소의 합이 32,  $A \cup B$ 의 원소의 합이 62일 때, 집합  $B$ 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합  $A$ 의 원소의 합을 빼고,  
 $A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면  
집합  $B$ 의 원소의 합이 되므로, 집합  $B$ 의 원소의 합은 50이다.  
집합  $A$ 의 원소의 합이  
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$ 이고,  
 $B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$ 이므로  
집합  $B$ 의 원소의 합은  
 $a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$   
 $32 + 6b = 50$  이므로  $b = 3$ 이 된다.  
교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합  $A$ 와  $B$ 의 원소이므로 각각 3을  
더한 7, 10, 12도 집합  $B$ 의 원소가 된다.  
또 집합  $B$ 의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 된다.  
 $\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$