

1. 다음 그림에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 일 때, x 의 값은?

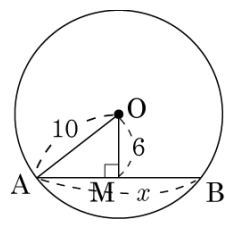
① 10

② 12

③ 14

④ 16

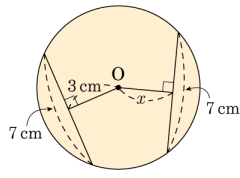
⑤ 18



해설

직각삼각형 OAM 에서 $\overline{AM}^2 = 10^2 - 6^2$,
 $\overline{AM} = 8$ 이므로 $x = 2 \times 8 = 16$ 이다.

2. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



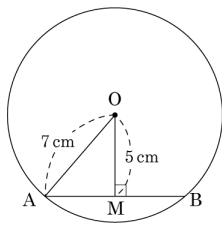
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

해설

한 원에서 현의 길이가 같으면 중심까지의 거리가 같다.

3. 다음 그림에서 현 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

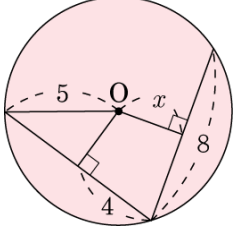
▶ 정답 : $4\sqrt{6}$ cm

해설

$$\overline{AM} = \sqrt{7^2 - 5^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2 \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

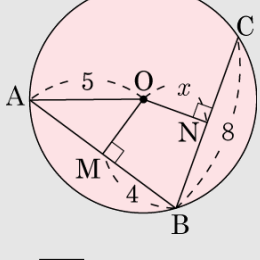
4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

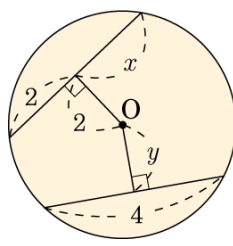
▷ 정답 : $x = 3$

해설



$\overline{BM} = 4$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $x = \overline{OM}$
 $\triangle OAM$ 에서 $\overline{AM} = 4$, $\overline{OM} = 3 \therefore x = 3$

5. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값을 구하여라.

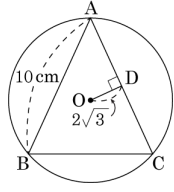


- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$x = 2, y = 2$$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



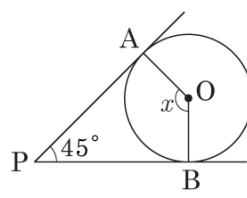
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $10\sqrt{3}\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\overline{OD} = \overline{OE} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 $(\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원에 접선을 그어 그 접점을 A, B 라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 135°

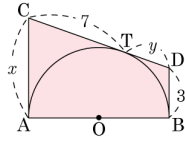
해설

$$\angle \text{PAO} = \angle \text{PBO} = 90^\circ$$

$$\angle x = 360^\circ - 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \angle x = 135^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ 는 반원 O 의 접선일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



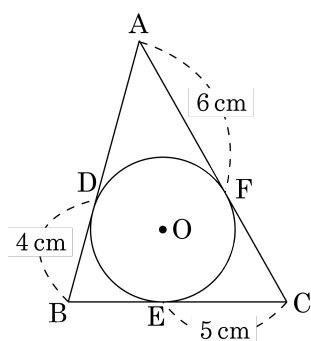
▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$x = \overline{CT} = 7, y = \overline{DB} = 3$$

9. 다음 그림과 같은 원 O가 $\triangle ABC$ 의 각변과 세 점 D, E, F에서 접하고 있다. $\overline{DB} = 4\text{ cm}$, $\overline{CE} = 5\text{ cm}$, $\overline{AF} = 6\text{ cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



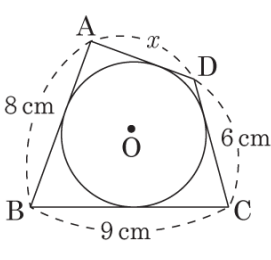
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 30 cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD} &= \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF} \text{ 이므로} \\ \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= 2(\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE}) \\ &= 2(4 + 5 + 6) = 30(\text{cm}) \text{ 이다.}\end{aligned}$$

10. 다음 사각형은 원 O 의 외접사각형이다.
AD 의 길이를 구하여라.



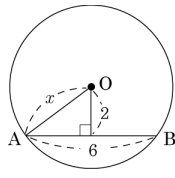
▶ 답 : cm

▶ 정답 : 5 cm

해설

$$\begin{aligned} 8 + 6 &= x + 9 \\ \therefore x &= 5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 x 의 길이는 ?



- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{13}$

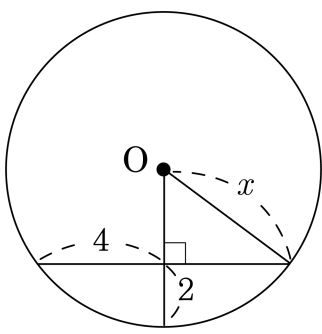
해설

점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = \overline{BH} = 3$$

$$x^2 = 3^2 + 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{13}$$

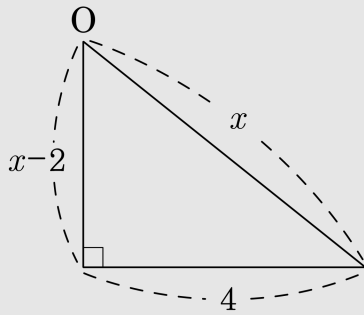
12. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

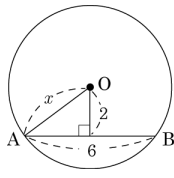
해설



$$x^2 = (x-2)^2 + 4^2$$

$$\therefore x = 5$$

13. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{13}$

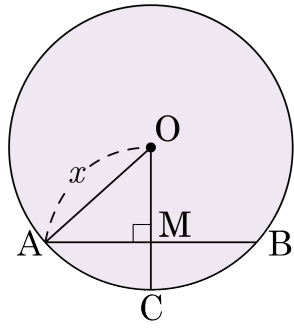
해설

점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = \overline{BH} = 3$$

$$x^2 = 3^2 + 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{13}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{MB} = 6$, $\overline{MC} = 4$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



- ① $13\sqrt{3}$ ② $13\sqrt{2}$ ③ 13 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

해설

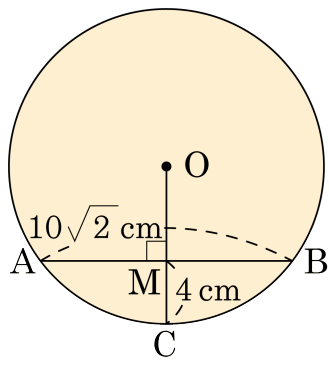
$\overline{OA} = \overline{OC}$ 를 x 라 두면 $\overline{OM} = x - 4$ 로 둘 수 있다.

$$x^2 = (x - 4)^2 + 6^2$$

$$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 36$$

$$8x = 52 \quad \therefore x = \frac{13}{2}$$

15. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{AB} = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{MC} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O의 지름의 길이는?



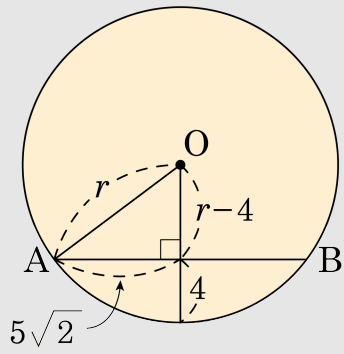
- ① $\frac{33}{4}$ cm ② $\frac{33}{2}$ cm ③ 33cm
④ $\frac{33\sqrt{2}}{2}$ cm ⑤ $\frac{33\sqrt{3}}{2}$ cm

해설

$\overline{OA} = r\text{cm}$ 이라 하면, $\overline{OM} = (r-4)\text{cm}$ 로 둘 수 있다.

$$r^2 = (r-4)^2 + (5\sqrt{2})^2, r^2 = r^2 - 8r + 16 + 50 \therefore r = \frac{33}{4}$$

따라서 원의 지름은 $\frac{33}{4} \times 2 = \frac{33}{2}$ (cm) 이다.

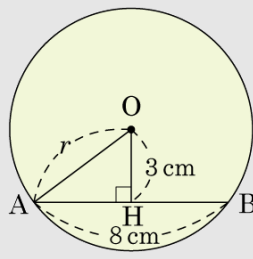


16. 원의 중심에서 3 cm 떨어져 있는 현의 길이가 8 cm 일 때, 이 원의 넓이는?

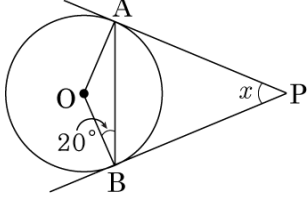
- ① $25\pi \text{ cm}^2$ ② $28\pi \text{ cm}^2$ ③ $32\pi \text{ cm}^2$
④ $36\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $38\pi \text{ cm}^2$

해설

그림에서 $\overline{AH} = 4(\text{cm})$ 이므로 $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$
따라서, 원 O 의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$



17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle ABO = 20^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



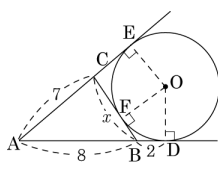
▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▷ 정답 : 40°

해설

접선의 성질의 의해 $\angle OAP = 90^\circ$ 이고,
 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle BAP = \angle ABP = 70^\circ$
또한 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
 $\triangle APB$ 는 이등변삼각형
 $\therefore \angle PAB = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

18. 다음 그림의 원 O에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

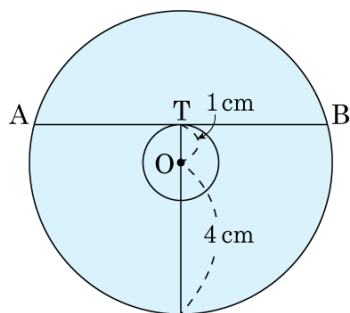
▶ 정답 : 5

해설

$$\overline{BF} = \overline{BD} = 2 \text{ 이므로 } \overline{CE} = \overline{CF} = x - 2$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} \text{ 이므로 } 10 = 7 + (x - 2) \quad \therefore x = 5$$

19. 다음 그림과 같이 원 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 4cm, 1cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?

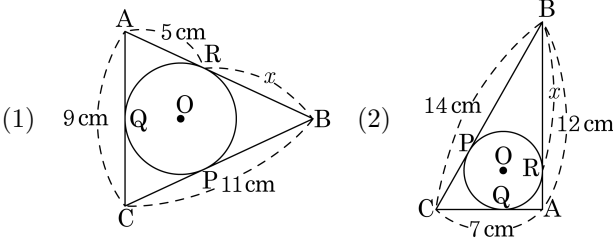


- ① $2\sqrt{11}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $2\sqrt{13}$ cm
 ④ $2\sqrt{14}$ cm ⑤ $2\sqrt{15}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{OA} &= 4 \text{ cm}, \overline{OT} = 1 \text{ cm} \\ \overline{AT} &= \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} (\text{cm}) \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AT} = 2\sqrt{15} (\text{cm})\end{aligned}$$

20. 다음 그림에서 세 점 P, Q, R 는 원 O 의 접점이고, 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이라 할 때 x 의 길이로 바르게 짝지은 것은?

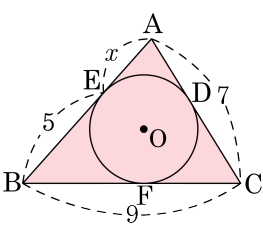


- ① (1) 7 cm (2) $\frac{17}{2}$ cm ② (1) 7 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm
③ (1) 8 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm ④ (1) 9 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm
⑤ (1) 10 cm (2) $\frac{17}{2}$ cm

해설

- (1) $\overline{AQ} = \overline{AR} = 5$ (cm)
 $\overline{CQ} = \overline{CP} = 9 - 5 = 4$ (cm)
 $\therefore x = \overline{BP} = 11 - 4 = 7$ (cm)
- (2) $\overline{AC} = 6$ cm 이므로
 $(12 - x) + (14 - x) = 7$
 $26 - 2x = 7$
 $-2x = -19$
 $\therefore x = \frac{19}{2}$ cm

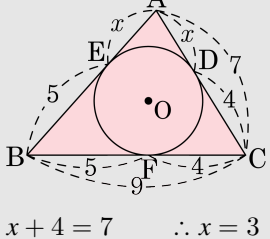
21. 원 O가 $\triangle ABC$ 의 각 변과 점 D, E, F에서 접할 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

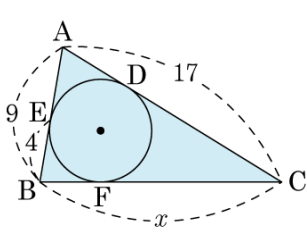
▷ 정답 : 3

해설



$$x + 4 = 7 \quad \therefore x = 3$$

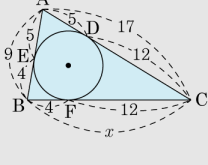
22. 원 O가 $\triangle ABC$ 의 각 변과 점 D, E, F에서 접할 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

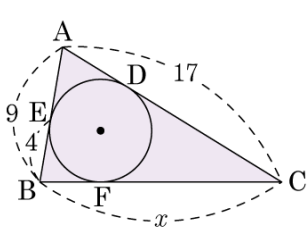
▷ 정답 : 16

해설



$$x = 4 + 12 \quad \therefore x = 16$$

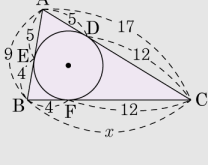
23. 원 O가 $\triangle ABC$ 의 각 변과 점 D, E, F에서 접할 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

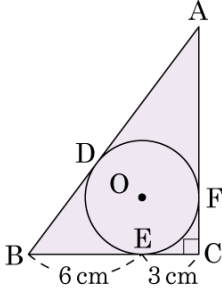
해설



$$x = 4 + 12 \quad \therefore x = 16$$

24. 다음 그림에서 원 O는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다.

$\overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



- ① 10cm

② 12cm

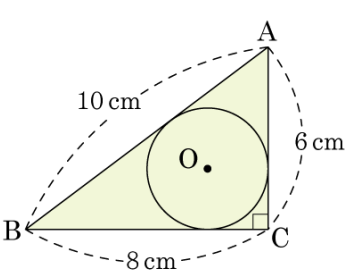
③ 13.5cm
- ④ 15cm

⑤ 18cm

해설

$\overline{BD} = \overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = \overline{FC} = 3\text{cm}$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AF} = x\text{cm}$ 라 하면
 직각삼각형의 피타고라스 정리에 의해서
 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$
 $(x + 6)^2 = 9^2 + (x + 3)^2$
 $\therefore x = 9$
 따라서 $\overline{AB} = 15\text{cm}$ 이다.

25. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$
 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고
 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형에 내접
하고 있다. 내접원 O 의 반지름의
길이는?



- ① 1cm ② $\frac{3}{2}\text{cm}$ ③ 2cm ④ $\frac{5}{2}\text{cm}$ ⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고,
원의 반지름을 r 라고 하자.

$\square CFOE$ 가 정사각형이므로

$$\overline{CF} = \overline{CE} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} =$$

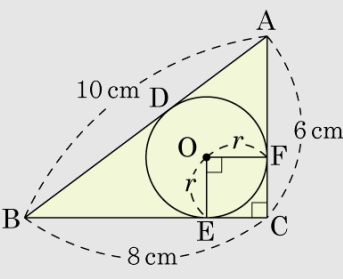
$$8 - r(\text{cm}) , \overline{AD} = \overline{AF} =$$

$$\overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r(\text{cm}) , \overline{AB} =$$

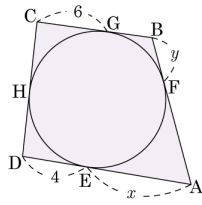
$$\overline{BD} + \overline{AD}$$

$$10 = (8 - r) + (6 - r), 2r = 4,$$

$$\therefore r = 2(\text{cm})$$



26. 다음 그림은 원에 외접하는 사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = x, \overline{DE} = 4, \overline{CG} = 6, \overline{BF} = y, \overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 30$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



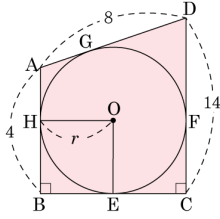
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{DE} = \overline{DH} = 4, \overline{CH} = \overline{CG} = 6, \overline{BG} = \overline{BF} = y, \overline{AE} = \overline{AF} = x$
 이고
 $\overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 30$
 $\Rightarrow (x + 4) + (y + 6) + 10 = 30$
 $\Rightarrow x + y = 10$
 $\therefore \overline{AB} = x + y = 10$

27. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 사각형 ABCD의 각 변과 원 O의 접점을 E, F, G, H라 할 때, 원의 넓이는?

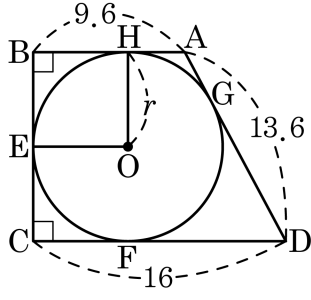


- ① 4π ② 8π ③ 12π ④ 20π ⑤ 25π

해설

외접 사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$
 $4 + 14 = 8 + \overline{BC}$
 $\therefore \overline{BC} = 10$
 $\overline{BC} = 2r = 10$
따라서, 원의 반지름이 5 이므로 넓이는 25π 이다.

28. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 사각형 ABCD의 각 변과 원 O의 접점을 E, F, G, H라 할 때, 원의 넓이는?

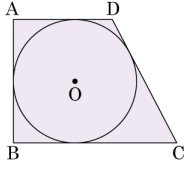


- ① 8π ② 12π ③ 20π ④ 25π ⑤ 36π

해설

외접 사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$
 $9.6 + 16 = 13.6 + \overline{BC}$
 $\therefore \overline{BC} = 12$
 $\overline{BC} = 2r = 12$
따라서, 원의 반지름이 6 이므로 넓이는 36π 이다.

29. 다음 그림에서 □ABCD는 원 O의 외접사각형이다. $\overline{AD} + \overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 를 구하여라.



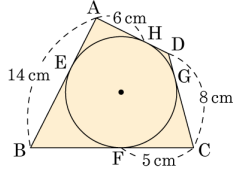
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 이므로 $\overline{AB} + \overline{CD} = 18\text{cm}$

30. 다음 그림에서 □ABCD는 원 O에 외접하고, 점 E, F, G, H는 각각 원 O의 접점이다. 이때, $\overline{BC} - \overline{AD}$ 의 값은?

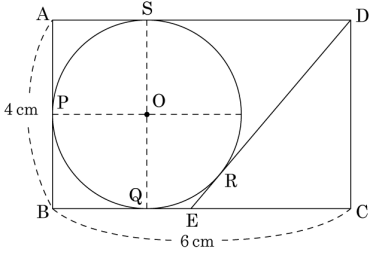


- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \overline{AE} = 6(\text{cm}), \\ \overline{BE} &= \overline{BF} = 14 - 6 = 8(\text{cm}), \\ \overline{CF} &= \overline{CG} = 5(\text{cm}), \\ \overline{DG} &= \overline{DH} = 8 - 5 = 3(\text{cm}) \\ \therefore \overline{BC} - \overline{AD} &= 13 - 9 = 4(\text{cm})\end{aligned}$$

31. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O와 △CDE가 접하고 있다. △CDE의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



$$\begin{aligned} \overline{AP} &= \overline{AS} = 2 \\ \overline{DS} &= \overline{DA} - \overline{AS} = 4 \\ (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC} \\ &= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \textcircled{1} \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{2} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{3} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + \textcircled{4} \\ &= \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\overline{EC}$

② $\overline{RE}$

③ $\overline{EQ}$

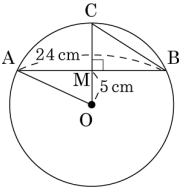
④ $\overline{CQ}$

⑤ 16cm

해설

$$\textcircled{5} \ 4 + 4 + 4 = 12(\text{ cm})$$

32. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이고, $\overline{AB} = 24\text{cm}$, $\overline{OM} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

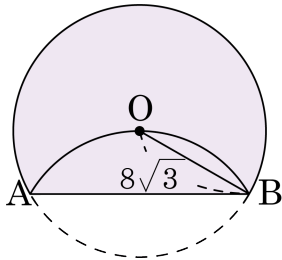


- ① $4\sqrt{13}\text{cm}$
- ② $4\sqrt{14}\text{cm}$
- ③ $8\sqrt{3}\text{cm}$
- ④ $8\sqrt{5}\text{cm}$
- ⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \overline{BM} = 12\text{cm}$, $\triangle AMO$ 에서 $\overline{AO} = 13$
반지름이 13 이므로 $\overline{CM} = 8\text{cm}$, $\triangle CMB$ 에서
 $\overline{BC} = 4\sqrt{13}\text{cm}$ 이다.

33. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $8\sqrt{3}\text{cm}$ 인 원 O 에서 호가 원의 중심을 지나도록 $\overline{AB}$ 을 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



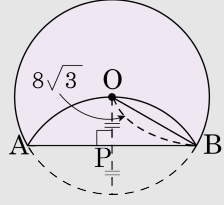
- ① $12\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $24\sqrt{3}$ ④ 24 ⑤ 26

해설

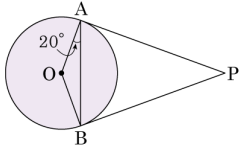
원의 반지름이 $8\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$

$$\overline{BP} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2} = 12$$

$$\overline{AB} = 12 \times 2 = 24$$



34. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 은 접선이고, 두 점 A,B 은 접점이다.
 $\angle OAB = 20^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

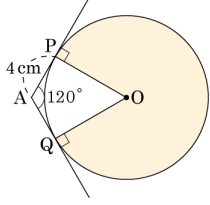


- ① 30° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 20°

해설

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\angle PAB = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$
 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle APB = 180^\circ - (70^\circ \times 2) = 40^\circ$

35. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 P, Q 는 원 O 의 접점이다.
 $\overline{AP} = 4\text{cm}$, $\angle PAQ = 120^\circ$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



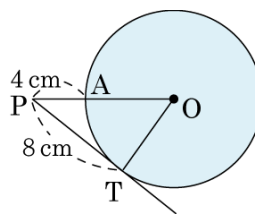
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $40\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{OP} = \sqrt{3} \times \overline{AP} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$
(부채꼴의 넓이) $= \pi \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{300^\circ}{360^\circ} = 40\pi(\text{cm}^2)$

36. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 8\text{ cm}$, $\overline{PA} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?

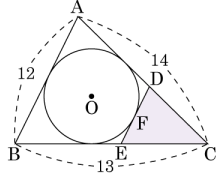


- ① $24\pi\text{ cm}^2$ ② $36\pi\text{ cm}^2$
 ③ $49\pi\text{ cm}^2$ ④ $60\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $65\pi\text{ cm}^2$

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r+4)^2 = 64 + r^2$
 $\therefore r = 6$
 따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\text{ cm}^2$ 이다.

37. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

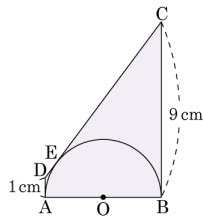
해설

원 O와 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 T, T' 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore x = \frac{15}{2}$$

$$(\therefore \triangle CDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$$

38. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 에서 세 접선 AD, BC, CD 가 있을 때, $\overline{AD} = 1\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ 이다. 원 O 의 지름의 길이는?

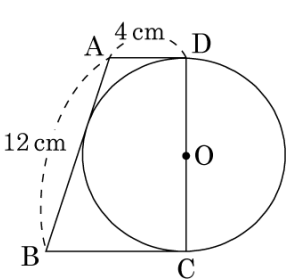


- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선을 그리 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 H 라 하면
 $\overline{CH} = 8(\text{cm})$, $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = \overline{CB} + \overline{AD} = 9 + 1 = 10(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

39. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 는 원 O의 접선이다. $\overline{AD} = 4\text{ cm}$, $\overline{AB} = 12\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



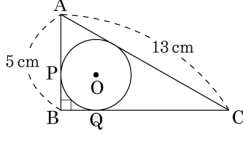
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

원의 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

40. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원 O 가 세 점 P, Q, R 에서 접한다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



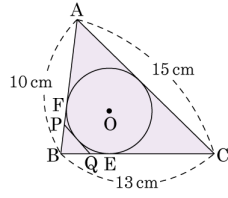
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 4π cm^2

해설

$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30(\text{cm}^2)$ 이다.
 $\triangle ABC$ 의 내접원 O 의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 이라 하면 $\triangle ABC = \triangle BOC + \triangle AOC + \triangle AOB$ 이므로 $30 = \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 12 \times r + \frac{1}{2} \times 13 \times r$
 $30 = 15r \quad \therefore r = 2(\text{cm})$ 이다.
따라서 원 O 의 넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

41. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{PQ}$ 는 원 O의 접선일 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이는?

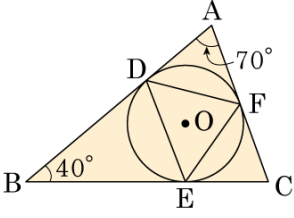


- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$$\begin{aligned} (\triangle PBQ \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{BE} + \overline{BF} \\ \overline{BE} + \overline{BF} &= (\overline{AB} - \overline{AP}) + (\overline{BC} - \overline{CQ}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - (\overline{AP} + \overline{CQ}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC} \\ (\triangle PBQ \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{BE} + \overline{BF} \\ &= 10 + 13 - 15 \\ &= 8(\text{cm}) \end{aligned}$$

42. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원이 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\angle FEC$ 의 크기를 구하여라.



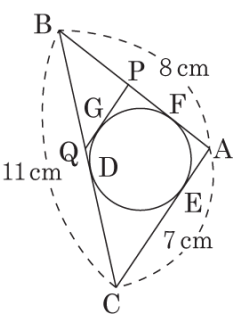
▶ 답 : °

▷ 정답 : 55 °

해설

$\angle BCA = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$ 이고
 $\triangle CEF$ 는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle FEC = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$

43. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원에 접하는 선분 PQ 를 그을 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, D, E, F, G 는 접점이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\overline{QG} = \overline{QD}$, $\overline{PG} = \overline{PF}$ 이므로 $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이는 $\overline{BD} + \overline{BF}$ 와 같다.

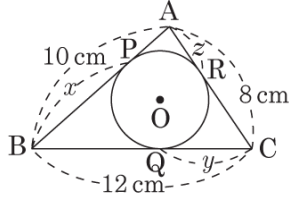
$\overline{BD} = x$ 라고 하면

$$(11 - x) + (8 - x) = 7$$

$$x = 6$$

$$\therefore \overline{BD} + \overline{BF} = 6 + 6 = 12 \text{ (cm)}$$

44. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 내접원이 각 변과 점 P, Q, R 에서 접하고 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 12\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

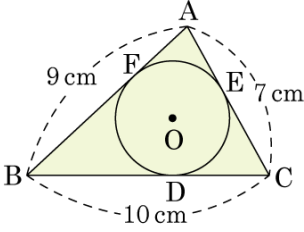
$$2(x + y + z) = 30 \quad \therefore x + y + z = 15(\text{cm})$$

45. 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 원 O의 접점일 때, $\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE}$ 의 길이는?

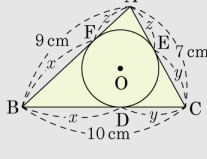
- ① 12cm

② 13cm
- ③ 14cm

④ 15cm
- ⑤ 16cm



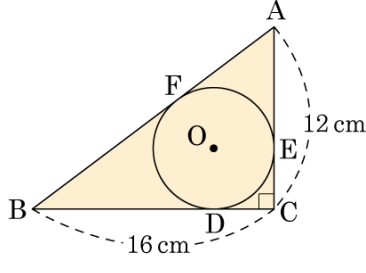
해설



그림에서 삼각형의 둘레의 길이 $26 = 2(x + y + z)$

$\therefore \overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE} = x + y + z = 13$

46. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다. $BC = 16\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 O의 반지름의 길이는?



- ① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm
 ④ 3cm ⑤ 4cm

해설

□ODCE는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 12 - x$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 16 - x \therefore \overline{AB} = 28 - 2x \dots ①$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$$

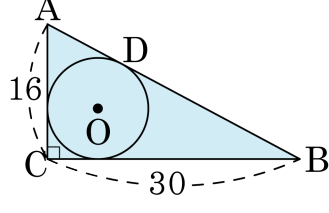
$$\overline{AB}^2 = 16^2 + 12^2 = 400$$

$$\therefore \overline{AB} = 20 \text{ cm} (\because \overline{AB} > 0) \dots ②$$

$$\text{①, ②에 의해 } 28 - 2x = 20$$

$$\therefore x = 4$$

47. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. 원 O의 반지름의 길이는?

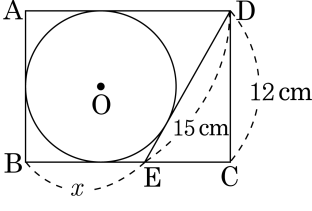


- ① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 8

해설

원 O의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,
 $\overline{AD} = 16 - r, \overline{BD} = 30 - r$
 $\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$
 $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$
 $34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$

48. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



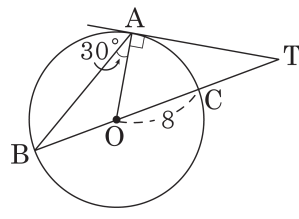
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{ cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x + 9)(\text{ cm})$ 이고 □ABED 가 원 O 에 외접하므로 $12 + 15 = (x + 9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{ cm})$ 이다.

49. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

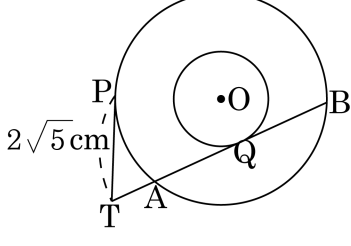


- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 8$
 $1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$
 $\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

50. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 2 cm , $2\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{PT}$ 와 $\overline{QT}$ 를 긋고 $\overrightarrow{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A,B 라 한다. $\overline{PT} = 2\sqrt{5}\text{ cm}$ 일 때, $\overline{TA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$$\overline{OQ} = 2\text{ cm} \quad , \quad \overline{OA} = 2\sqrt{5}\text{ cm} \quad , \quad \angle OQA = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{20 - 4} = 4(\text{ cm})$$

$$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 4(\text{ cm})$$

$$\overline{TA} = x \text{ 라 하면}$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$$

$$(2\sqrt{5})^2 = x \times (x + 8)$$

$$x^2 + 8x - 20 = (x + 10)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2(\text{ cm})$$