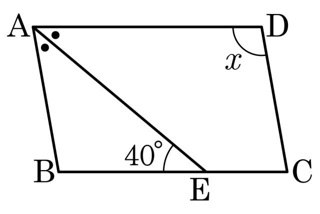
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 ∠A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 한다. 이때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

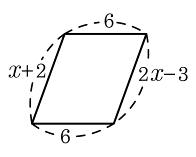
▷ 정답 : 100°

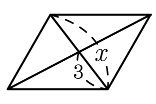
해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\bullet = 40°$ 이다.

$\therefore \angle x = \angle B = 180° - 80° = 100°$

2. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값을 구하여라.

(1) 

(2) 

▶ 답 :

▶ 답 :

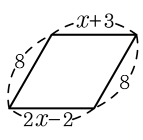
▷ 정답 : (1) 5

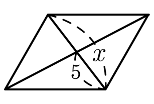
▷ 정답 : (2) 6

해설

(1) $x+2=2x-3$
$\therefore\ x=5$
(2) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
$x=2\times3=6$

3. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값을 구하여라.

(1) 

(2) 

▶ 답 :

▶ 답 :

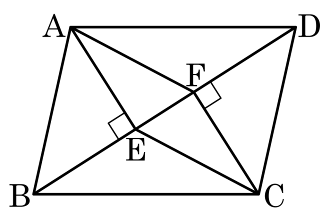
▷ 정답 : (1) 5

▷ 정답 : (2) 10

해설

(1) $x+3=2x-2$
$\therefore\ x=5$
(2) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
$x=2\times5=10$

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

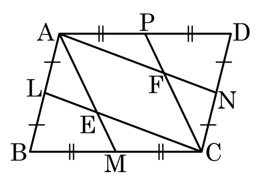
④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

5. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. □ABCD 의 각 변의 중점을 각각 L, M, N, P 라 하고 $\overline{\mathrm{AM}}$ 과 $\overline{\mathrm{CL}}$ 의 교점을 E, $\overline{\mathrm{AN}}$ 과 $\overline{\mathrm{CP}}$ 의 교점을 F 라고 할 때, □AECF 는 어떤 사각형인지 말하여라.



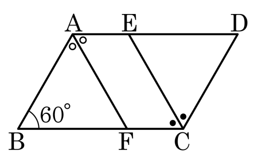
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ALCN 은 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{EC}}$
□AMCP 도 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{FC}}$
따라서 □AECF 는 평행사변형이다.

6. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AE} = 3$ 이고 사각형 AFCE 의 둘레의 길이가 26 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



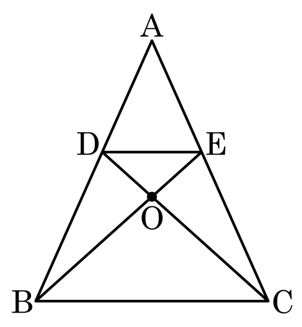
▶ 답 :

▷ 정답 : 46

해설

평행사변형 AFCE 의 둘레의 길이가 $2 \times (\overline{AF} + 3) = 26$ 이므로 $\overline{AF} = 10$ 이다.
또한 $\angle FAE = \angle AFB (\because$ 엇각$)$ 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\overline{AB} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이고
세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이므로
$\overline{AF} = \overline{AB} = \overline{ED} = 10$ 이다.
따라서 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 $2 \times (10 + 10 + 3) = 46$ 이다.

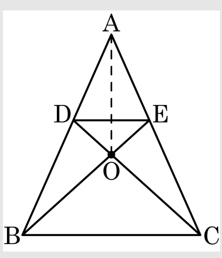
7. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BOC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답: 120°

해설



$\angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = y$ 라 하면 $\triangle\mathrm{DBE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{DEB} = \angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = \angle\mathrm{EDC} = y$

점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$

즉, $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OAC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = x$, $\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = y$

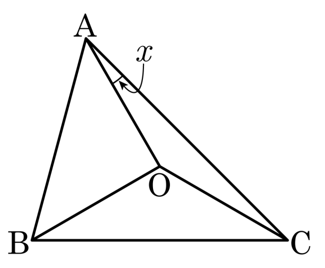
한편 외심의 성질에 의해 $\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A}$ 이므로

$\angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{BOC}$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle\mathrm{ODE}$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180^\circ$, $x + y = \angle\mathrm{A} = 60^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 120^\circ$

8. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

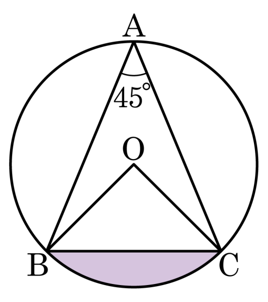
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

9. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle$ABC 의 외접원이다. $\overline{\mathrm{OB}} = 4\,\mathrm{cm}$, $\angle\mathrm{BAC} = 45°$ 일 때, 색칠한 부분인 활꼴의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $(4\pi - 8)\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 2\times 45° = 90°$

$(\text{부채꼴의 넓이}) = \pi \times 4^2 \times \dfrac{1}{4} = 4\pi(\mathrm{cm}^2)$

$(\triangle\text{OBC의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8\,(\mathrm{cm}^2)$

$(\text{활꼴의 넓이}) = 4\pi - 8(\mathrm{cm}^2)$