

1. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 고른 선수는?

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 A이다.

2. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 학생들의 키에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (cm)	165	161	165	162	168
표준편차 (cm)	2.1	2	2.3	1.4	1.9

- ① A, B ② A, C ③ B, C ④ B, E ⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 C이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 D이다.

3. 성적이 가장 높은 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	7	8	6	7	6
표준편차(점)	1	2	1.5	2.4	0.4

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 높은 학급은 표준편차가 가장 작은 E이다.

4. 다음은 다섯 명의 학생이 5 회에 걸쳐 치른 수학 과목의 수행 평가의 결과의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 성적이 가장 높은 학생은?

이름	진희	태경	경민	민정	효진
평균(점)	4	5	8	7	6
표준편차(점)	1	0.5	1.6	0.3	0.8

- ① 진희 ② 태경 ③ 경민 ④ 민정 ⑤ 효진

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 높은 학생은 표준편차가 가장 작은 민정이다.

5. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 4이고 분산이 6일 때, $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_6 - 1$ 의 평균과 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 11

▷ 정답 : 분산 : 54

해설

평균은 $3 \cdot 4 - 1 = 11$ 이고
분산은 $3^2 \cdot 6 = 54$ 이다.

6. 세 수 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 2, 4이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10

② 평균 : 6, 분산 : 20

③ 평균 : 7, 분산 : 25

④ 평균 : 7, 분산 : 36

⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균은 $3 \cdot 2 + 1 = 7$ 이고, 분산은 $3^2 \cdot 4 = 36$ 이다.

7. 다음 물음에 답하여라.

- (1) v, w, x, y, z 의 평균이 6일 때, $v+5, w+5, x+5, y+5, z+5$ 의 평균을 구하여라.
- (2) a, b, c, d, e 의 평균이 48일 때, $2a, 2b, 2c, 2d, 2e$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) 11

▷ 정답: (2) 96

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, \dots, ax_n+b$ 에 대하여 평균은 $am+b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

(1) $6+5=11$

(2) $2 \times 48=96$

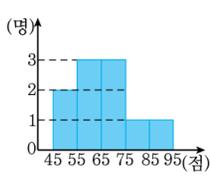
8. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때, $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \dots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?

- ① 평균 : 3, 표준편차 : 8 ② 평균 : 3, 표준편차 : 15
③ 평균 : 3, 표준편차 : 20 ④ 평균 : 5, 표준편차 : 8
⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$ 이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$ 이다.

9. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



- ① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

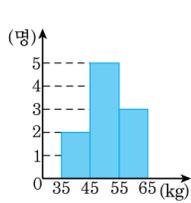
학생들의 수학성적의 평균은

$$\begin{aligned} & \text{(평균)} \\ &= \frac{\{(계급값) \times (도수)\} \text{의 총합}}{(도수) \text{의 총합}} \\ &= \frac{660}{12} = 55(\text{점}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12} \{ (50 - 55)^2 \times 2 + (60 - 55)^2 \times 3 + (70 - 55)^2 \times 3 + (80 - 55)^2 \times 1 + (90 - 55)^2 \times 1 \} \\ &= \frac{1}{12} (512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144 \text{이다.} \end{aligned}$$

10. 다음 그림은 A 반 학생들의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

전체 학생 수는 $2 + 5 + 3 = 10$ (명) 이므로
학생들의 몸무게의 평균은

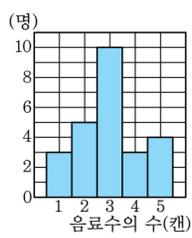
$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{40 \times 2 + 50 \times 5 + 60 \times 3}{10} \\ &= \frac{80 + 250 + 180}{10} = 51(\text{kg}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{10} \{ (40 - 51)^2 \times 2 + (50 - 51)^2 \times 5 + (60 - 51)^2 \times 3 \} \\ &= \frac{1}{10} (242 + 5 + 243) = 49 \end{aligned}$$

이다.

11. 다음은 정희네반 학생의 25명이 일주일간 먹은 음료수 수를 나타낸 히스토그램이다. 학생들이 일주일간 먹은 음료수 수의 분산과 표준편차를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 : 1.44 또는 $\frac{36}{25}$

▷ 정답 : 표준편차 : 1.2 또는 $\frac{6}{5}$

해설

$$\text{평균} : \frac{3 + 2 \times 5 + 3 \times 10 + 4 \times 3 + 5 \times 4}{25} = 3$$

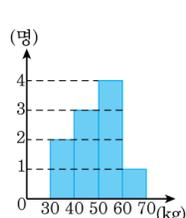
$$\text{편차} : -2, -1, 0, 1, 2$$

$$\text{분산} : \frac{(-2)^2 \times 3 + (-1)^2 \times 5 + 1^2 \times 3 + 2^2 \times 4}{25}$$

$$= 1.44$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{1.44} = 1.2$$

12. 다음 그림은 영희네 분단 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

학생들의 몸무게의 평균은
(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} =$$

$$\frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

13. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값) \times (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\
 &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

14. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 수학 퀴즈 점수를 나타낸 것이다. 수학퀴즈점수의 분산과 표준편차를 구하여라.

점수(점)	10	20	30	40	50
학생수(명)	3	5	6	4	2

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 분산 142.75

▷ 정답: 표준편차 $\sqrt{142.75}$

해설

평균:

$$\frac{3 \times 10 + 5 \times 20 + 6 \times 30 + 4 \times 40 + 2 \times 50}{20} = 28.5$$

편차: -18.5, -8.5, 1.5, 11.5, 21.5

분산: $\frac{(-18.5)^2 \times 3 + (-8.5)^2 \times 5 + 1.5^2 \times 6 + 11.5^2 \times 4 + 21.5^2 \times 2}{20} = 142.75$

$$\frac{11.5^2 \times 4 + 21.5^2 \times 2}{20} = 142.75$$

표준편차: $\sqrt{142.75}$

15. 다음은 학생 10 명의 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 국어 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값) \times (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	2	160
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{(\text{계급값}) \times (\text{도수}) \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{730}{10} = 73(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (60-73)^2 \times 3 + (70-73)^2 \times 3 + (80-73)^2 \times 2 + (90-73)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (507 + 27 + 98 + 578) = 121 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

16. 다음은 학생 10 명의 음악 실기 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 음악 실기 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값) \times (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	2	160
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

학생들의 음악 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{730}{10} = 73(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-73)^2 \times 3 + (70-73)^2 \times 3 + (80-73)^2 \times 2 + (90-73)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (507 + 27 + 98 + 578) = 121
 \end{aligned}$$

17. 5개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5이고 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5이므로 $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2 + (a-5)^2 + (4-5)^2}{5} + \frac{(8-5)^2 + (b-5)^2}{5} = 3$$

$$4 + (a-5)^2 + 1 + 9 + (b-5)^2 = 15$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(10) + 50 = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 51$$

18. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2 = 6$ 이다.

19. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4} = 5, a+b+10 = 20$$

$$\therefore a+b = 10 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4} = 3$$

$$a^2+b^2-10(a+b)+52 = 12$$

$$\therefore a^2+b^2-10(a+b) = -40 \cdots \textcircled{2}$$

②의 식에 ①을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

20. 다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5+7+x+y+8}{5} = 6, \quad x+y+20 = 30$$

$$\therefore x+y = 10 \quad \text{.....} \textcircled{1}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-12(x+y)+78 = 25$$

$$\therefore x^2+y^2-12(x+y) = -53 \quad \text{.....} \textcircled{2}$$

②의 식에 ①을 대입하면

$$x^2+y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2+y^2 = 67 \quad \text{.....} \textcircled{3}$$

$$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy, \quad 10^2 = 67+2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$