

1. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.

$$f(1) = 0,$$

즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

2. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$ ② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$ ④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x^2 \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

3. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 1 & -8 & -12 \\ & & 3 & 12 & 12 \\ \hline -2 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ & & -2 & -4 & \\ \hline -2 & 1 & 2 & 0 & \\ & & -2 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$$

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \square = (x+2)^2$$

4. $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

5. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

6. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

7. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

8. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2 - 3A + 9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

9. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

10. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① x ② $x+1$ ③ $x+2$ ④ $x-1$ ⑤ $x-2$

해설

$$x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x-2)(x+1)(x+3)$$

따라서 최대공약수는 $x+1$

11. $3x^2 + 2xy - y^2 - x + 3y - 2$ 의 인수인 것은?

- ① $2x + y + 1$ ② $x + y + 1$ ③ $2x - y + 1$
④ $3x - y + 2$ ⑤ $3x + y + 2$

해설

준 식을 내림차순으로 정리하면
 $3x^2 + 2xy - x - y^2 + 3y - 2$
 $= 3x^2 + (2y - 1)x - (y - 1)(y - 2)$
인수분해하면 $(x + y - 1)(3x - y + 2)$

12. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ 일 때, 이 두 다항식의 합을 구하면?

- ① $x^2 - x - 10$ ② $2x^2 - x - 10$ ③ $x^2 - x - 12$
④ $2x^2 - x - 20$ ⑤ $2x^2 + x - 10$

해설

a, b 가 서로소일 때, 두 다항식이 $(x+2)a, (x+2)b$ 이면 최소공배수는 $(x+2)ab$ 이다.

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 - 4x + 12 &= (x+2)ab \\ &= (x+2)(x-2)(x-3)\end{aligned}$$

따라서 두 다항식은 각각

$$(x+2)(x-2), (x+2)(x-3)$$

∴ (두 다항식의 합)

$$\begin{aligned}&= (x+2)(x-2) + (x+2)(x-3) \\ &= 2x^2 - x - 10\end{aligned}$$

13. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$, 최소공배수를 $A \Delta B$ 라고 하자.
서로소인 두 다항 A, B 식에 대하여 $\frac{A \Delta B}{A \star B^2}$ 를 간단히 한 것은?

- ① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설

다항식 A, B 가 서로소이므로 $A \star B^2 = B, A \Delta B = A \times B$

$$\therefore \frac{A \Delta B}{A \star B^2} = \frac{A \times B}{B} = A$$

14. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a + b + c = 0$ 이면 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 이다.

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(a+c)}{ac} + \frac{c(a+b)}{ab} \\ &= \frac{a^2(-a) + b^2(-b) + c^2(-c)}{abc} \\ &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\ &= \frac{-3abc}{abc} = -3 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} &a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\ &= \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) \\ &= \frac{a+c}{b} + \frac{b+a}{c} + \frac{b+c}{a} \\ &= \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} \quad (\because a+b+c=0) \\ &= -3 \end{aligned}$$

15. 모든 모서리의 길이의 합이 60이고, 대각선의 길이가 $\sqrt{77}$ 인 직육면체의 겉넓이는?

① 88 ② 100 ③ 124 ④ 148 ⑤ 160

해설

직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이를 각각 x, y, z 라고 하면

$$4(x + y + z) = 60 \text{에서 } x + y + z = 15$$

또, 대각선의 길이는

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{77} \text{이므로}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 77$$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이고

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \text{이므로}$$

$$77 = 15^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 225 - 77 = 148$$

따라서, 직육면체의 겉넓이는 148이다.