1. 다항식 $f(x)=x^3-x^2-x+1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$
\begin{aligned}
x^3-x^2-x+1 &= x^2(x-1)-(x-1)\\
&=(x-1)(x^2-1)\\
&=(x-1)^2(x+1)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ f(x)=(x-1)(x^2-1)=(x-1)^2(x+1)$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.

$f(1)=0$,

즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

2. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $(3x^2-2)(x+1)(x-1)$

② $(3x^2+2)(x-1)(x-1)$

③ $(3x^2+2)(x+1)(x+1)$

④ $(3x^2+3)(x+1)(x-1)$

⑤ $(3x^2+2)(x+1)(x-1)$

해설

$A = x^2$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2\\ &= (3A+2)(A-1)\\ &= (3x^2+2)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

3. $x^3+x^2-8x-12$를 인수분해하면 $(x-3)\boxed{}$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$ ② $(x-2)^2$ ③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$ ⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3+x^2-8x-12=(x-3)(x+2)^2$

$\therefore \boxed{}=(x+2)^2$

4. $\dfrac{1000^2}{252^2-248^2}$ 은?

① 62500 ② 1000 ③ 500

④ 250 ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2-248^2} &= \frac{1000\cdot 1000}{(252+248)(252-248)}\\ &= \frac{1000}{500}\cdot\frac{1000}{4}\\ &= 500\end{aligned}$$

5. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

6. 다항식 $8x^3 - 1$을 $4x^2 + 2x + 1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x-1)\left(4x^2 + 2x + 1\right)$

$\therefore Q(x) = 2x - 1$

$\therefore$ 상수항은 -1

7. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$ ② $c - a$ ③ $b + c$

④ $a - b$ ⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

8. 다항식 $(x-1)^3+27$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$을 A로 치환하면

준 식 $=A^3+27=(A+3)(A^2-3A+9)$

다시 $x-1$을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

9. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$

② $a=-12,\ b=9$

③ $a=12,\ b=-9$

④ $a=-12,\ b=-9$

⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$

$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$

좌변과 계수를 비교하면

$2p=4,\ p^2+2q=-2$

$p=2,\ q=-3$에서

$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

10. 두 다항식 x^3+1, x^3+2x^2-5x-6의 최대공약수를 구하면?

① x ② $x+1$ ③ $x+2$ ④ $x-1$ ⑤ $x-2$

해설

$x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$

$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$

따라서 최대공약수는 $x+1$

11. $3x^2+2xy-y^2-x+3y-2$의 인수인 것은?

① $2x+y+1$ ② $x+y+1$ ③ $2x-y+1$

④ $3x-y+2$ ⑤ $3x+y+2$

해설

준 식을 내림차순으로 정리하면

$3x^2+2xy-x-y^2+3y-2$

$=3x^2+(2y-1)x-(y-1)(y-2)$

인수분해하면 $(x+y-1)(3x-y+2)$

12. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$이고, 최소공배수가 $x^3-3x^2-4x+12$일 때, 이 두 다항식의 합을 구하면?

① x^2-x-10　② $2x^2-x-10$　③ x^2-x-12

④ $2x^2-x-20$　⑤ $2x^2+x-10$

해설

a, b가 서로소일 때, 두 다항식이 $(x+2)a, (x+2)b$이면 최소공배수는 $(x+2)ab$이다.

$$\begin{aligned} x^3-3x^2-4x+12 &= (x+2)ab \\ &= (x+2)(x-2)(x-3) \end{aligned}$$

따라서 두 다항식은 각각

$(x+2)(x-2), (x+2)(x-3)$

$\therefore$(두 다항식의 합)

$=(x+2)(x-2)+(x+2)(x-3)$

$=2x^2-x-10$

13. 두 다항식 A, B의 최대공약수를 $A\bigstar B$, 최소공배수를 $A\triangle B$라고 하자. 서로소인 두 다항 A, B식에 대하여 $\dfrac{A\triangle B}{AB\bigstar B^2}$를 간단히 한 것은?

① A　② B　③ AB　④ A^2　⑤ B^2

해설

다항식 A, B가 서로소이므로 $AB\bigstar B^2 = B$, $A\triangle B = A\times B$

$\therefore \dfrac{A\triangle B}{AB\bigstar B^2} = \dfrac{A\times B}{B} = A$

14. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab}\\ &= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc}\\ &= \frac{-\left(a^3+b^3+c^3\right)}{abc}\\ &= \frac{-3abc}{abc}=-3\end{aligned}$$

해설

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$=(\frac{a}{b}+\frac{c}{b})+(\frac{b}{c}+\frac{a}{c})+(\frac{b}{a}+\frac{c}{a})$$

$$=\frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a}$$

$$=\frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a}\ (\because\ a+b+c=0)$$

$$=-3$$

15. 모든 모서리의 길이의 합이 60이고, 대각선의 길이가 $\sqrt{77}$인 직육면체의 겉넓이는?

① 88　② 100　③ 124　④ 148　⑤ 160

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 x, y, z라고 하면

$4(x+y+z)=60$에서 $x+y+z=15$

또, 대각선의 길이는

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{77}$이므로

$x^2+y^2+z^2=77$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이고

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$이므로

$77=15^2-2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=225-77=148$

따라서, 직육면체의 겉넓이는 148이다.