

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$

③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

2. 학생 수가 50명인 학급의 학생들이 보충수업 과목으로 국어, 수학을 선택해야 한다. 국어를 선택한 학생이 25명이고 국어와 수학을 모두 선택한 학생이 7명일 때, 수학을 선택한 학생 수의 최댓값과 최솟값을 순서대로 나열한 것은?

① 25, 7

② 32, 7

③ 32, 18

④ 50, 18

⑤ 50, 25

해설

학생 전체의 집합을 U , 국어, 수학을 선택한 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면

$$n(U) = 50, n(A) = 25, n(A \cap B) = 7$$

$$25 \leq n(A \cup B) \leq 50 \text{에서}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$25 \leq 25 + n(B) - 7 \leq 50$$

$$\therefore 7 \leq n(B) \leq 32$$

따라서 수학을 선택한 학생 수의 최댓값은 32, 최솟값은 7

3. 전체집합을 $U = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 전체집합 U 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의 x, y 에 대하여 $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한 x 에 대하여도 $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x 가 존재한다.

해설

- ① 반례 : $x = 0$ 일 때 $x^2 = 0$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ② 반례 : $x = y = 1$ 일 때 $x + y = 2 \geq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ③ 모든 x 에 대하여 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
- ④ 모든 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 \leq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2 + x \geq x^3$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.