

1. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

해설

$$a > 0 \text{ 이므로 } 1 + \frac{a}{2} > 0, \sqrt{1+a} > 0$$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A = \{2, 4\}$ 이면, $n(A) = 2$

② $n(\emptyset) < n(\{\emptyset\})$

③ $A = \emptyset$ 이면, $n(A) = 0$ 이다.

④ $n(\{0\}) = 0$ 이다.

⑤ $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이면 $n(A - B) = 3$ 이다.

해설

④ $n(\{0\}) = 1$ 이다.

3. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(a - b) \left(\frac{1}{a} - \frac{4}{b} \right)$ 의 최댓값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(a - b) \left(\frac{1}{a} - \frac{4}{b} \right)$$

$$= 5 - \left(\frac{b}{a} + \frac{4a}{b} \right) \leq 5 - 2\sqrt{\frac{b}{a} \times \frac{4a}{b}} = 1$$

4. 제곱의 합이 일정한 두 실수 a, b 에 대하여 $a + 2b$ 가 최대일 때, a 와 b 사이의 관계는?

① $b = 2a$

② $a = 2b$

③ $a = b$

④ $a^2 = b$

⑤ $b^2 = a$

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a + 2b)^2 \leq (1^2 + 2^2)(a^2 + b^2)$$

$$\therefore (a + 2b)^2 \leq 5c$$

이 때, 등호는 $\frac{a}{1} = \frac{b}{2}$ 일 때 성립

$$\therefore b = 2a$$