1. 20 의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, $\square$ 안에 $\in$ 기호가 들어가야 하는 것은?

① $3 \square A$ ② $A \square 4$ ③ $6 \square A$

④ $1 \square A$ ⑤ $7 \square A$

해설

20 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다. 3 과 6, 7 은 집합 A 의 원소가 아니고 1 과 4 는 집합 A 의 원소이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 20의 약수$\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1,\ 2,\ 3,\ 10\}$ ② $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

③ $\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ ④ $\{1,\ 2\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 10,\ 20\}$

해설

$A \cap B$ 는 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 말한다.
집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $B = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$
이므로 두 집합의 공통부분은 $\{1,\ 2\}$ 가 된다.

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = 15$, $n(B) = 37$, $n(U) = 60$ 을 만족할 때 $n(A^c \cap B)$ 의 값은?

① 20　② 22　③ 24　④ 26　⑤ 28

해설

$n(A^c \cap B) = n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 37 - 15$
$= 22$

4. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 100 이하 자연수들의 모임

② 작은 짝수들의 모임

③ 노래를 잘하는 학생들의 모임

④ 15보다 작은 소수들의 모임

⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

'잘하는', '작은', '예쁜' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

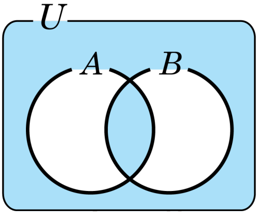
5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x$는 13보다 작은 홀수$\}$ 일 때, B 의 원소의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$ 이므로
$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$
따라서 $n(B) = 6$ 이다.

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A-B)^c$

③ $(A-B) \cup (B-A)$

④ $U-(A \cap B)$

⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$이다.

7. 명제 $p,\ q,\ r$ 에 대하여 p 는 q이기 위한 필요조건, r 은 q이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요
② 충분
③ 필요충분
④ 아무 조건도 아니다.
⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

8. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a|+|b| \geq 0$, $|a+b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라] 에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

> $|a|+|b| \geq 0, ||a+b| \geq 0$ 이므로 $(|a|+|b|)^2$, $|a+b|^2$ 의 대소를 비교하면 된다.
> $(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
> $= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
> $= a^2 + \boxed{가} + b^2 - (a^2 + \boxed{나} + b^2)$
> $= 2(\boxed{다}) \geq 0$
> (단, 등호는 $\boxed{라} \geq 0$일때성립)

① 가 : $|ab|$, 나 : ab, 다 : $2|ab|-2ab$, 라 : ab

② 가 : $|ab|$, 나 : ab, 다 : $2|ab|-2ab$, 라 : $2ab$

③ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $|ab|-ab$, 라 : ab

④ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $2|ab|-2ab$, 라 : ab

⑤ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $2|ab|-2ab$, 라 : $2ab$

해설

$(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
$= a^2 + 2|ab| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)$
$= 2(|ab| - ab) \geq 0$
(단, 등호는 $ab \geq 0$일때성립)

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A=\{\varnothing\}$ 일 때, $n(A)=1$

② $B=\{0\}$ 일 때, $n(B)=0$

③ $C=\{x \mid x$는 15의 약수$\}$ 일 때, $n(C)=4$

④ $n(\{a,\ b,\ c\})-n(\{a,\ b\})=c$

⑤ $n(\{0,\ 1,\ 2\})=3$

해설

② 집합 $B=\{0\}$ 일 때, $n(B)=1$

④ $n(\{a,\ b,\ c\})-n(\{a,\ b\})=3-2=1$

10. 다음 중 참인 명제는?

① 직사각형은 마름모이다.

② 평행사변형은 직사각형이다.

③ 사다리꼴이면 정사각형이다.

④ 정삼각형이면 이등변삼각형이다.

⑤ 삼각형 ABC 가 직각삼각형이면 $\angle A = 90^\circ$ 이다.

해설

④ 이등변삼각형의 집합은 정삼각형의 집합을 포함하고 있으므로 참이다.

11. 두 명제 「$p \leftrightarrow q$」, 「$r \rightarrow \sim q$」가 모두 참일 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?

① $q \rightarrow \sim r$ ② $p \rightarrow \sim r$ ③ $q \leftrightarrow p$

④ $r \rightarrow p$ ⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

① 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이므로 $r \rightarrow \sim q$ 이면 $q \rightarrow \sim r$ 이다.

② $p \rightarrow q$ 이고 $q \rightarrow \sim r$ 이면 $p \rightarrow \sim r$ (삼단논법)

③ $p \leftrightarrow q$ 이면 $q \leftrightarrow p$

④ 반드시 $r \leftrightarrow p$ 라고 말할 수는 없다.

⑤ 위의 ② 에서 $p \rightarrow \sim r$ 이면 $r \rightarrow \sim p$

12. 다음은 $x>0$일 때, $x+\dfrac{1}{x}\geq 2$임을 증명한 것이다.

$x>0$이면 (가) >0 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여 $\dfrac{1}{2}$(나) $\geq$ (다) 이므로 $\dfrac{1}{2}$(나) ≥ 1 이다. 즉, 등호가 성립하는 것은 $x=$ (가)$(x>0)$ 일 때 이므로 $\therefore x=1$

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 적으면?

① $x,\ \dfrac{1}{x},\ x+\dfrac{1}{x}$

② $x,\ \dfrac{1}{x},\ 2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

③ $x,\ x+\dfrac{1}{x},\ 2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

④ $\dfrac{1}{x},\ x+\dfrac{1}{x},\ \sqrt{x\cdot\dfrac{1}{x}}$

⑤ $\dfrac{1}{x},\ 2\left(x+\dfrac{1}{x}\right),\ \sqrt{x\cdot\dfrac{1}{x}}$

해설

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right)\geq\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}$$

13. 집합 $A = \{0,\ 2,\ \{4\},\ \{6,\ 8\},\ \varnothing\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?.

① $\varnothing \in A$

② $\{0,\ 2,\ \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6,\ 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

14. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 9 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1,2,3,4,5\}$, B 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1,2,9\}$ 를 만족하는 집합 B 는?

① $\{2,3,4\}$ ② $\{3,4,5\}$ ③ $\{3,4,5,6\}$

④ $\{3,4,5,7\}$ ⑤ $\{3,4,5,9\}$

해설

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A = \{1,2,3,4,5\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1,2,9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3,4,5\}$ 이다.

따라서 집합 $B = \{3,4,5,9\}$ 이다.

15. 다음은 a, b, c, d, x, y, z, w가 실수일 때, 부등식 $(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2) \geq (ax+by+cz+dw)^2$이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다. ㉠, ㉡ 부분에 들어갈 기호가 순서대로 적당한 것은?

> [증명] 모든 실수 t에 대하여 다음 부등식이 성립한다.
> $(at-x)^2+(bt-y)^2+(ct-z)^2+(dt-w)^2$ $\boxed{㉠}$ 0
> 이것을 t에 관하여 정리하면
> $(a^2+b^2+c^2+d^2)t^2-2(ax+by+cz+dw)t$
> $+(x^2+y^2+z^2+w^2)$ $\boxed{㉠}$ 0
> 따라서 항상 성립하기 위해서는
> $(ax+by+cz+dw)^2-$
> $(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2)$ $\boxed{㉡}$ $0 \cdots\cdots$ (이하 생략)

① $>$, $<$ ② $\geq$, $<$ ③ $\leq$, $>$ ④ $\leq$, $\geq$ ⑤ $\geq$, $\leq$

해설

생략