1. $2 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x - 2 > 0$ 이고, $x - 5 < 0$ 이므로
(준식)$= x - 2 - (x - 5) = 3$

2. $\sqrt{10+x}$ 의 값이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\sqrt{10+x}=4$

$\therefore x=6$

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{3}\sqrt{5} = \sqrt{15}$

② $-\sqrt{5}\sqrt{7} = -35$

③ $2\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 14$

④ $\sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{\frac{7}{5}}$

⑤ $\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{3}$

해설

② $-\sqrt{5}\sqrt{7} = -\sqrt{35}$

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $b^2 - ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

② $b^2 - ac = 0$ 이면 근이 없다.

③ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.

④ $b = 0$ 이면 중근을 가진다.

⑤ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고 $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 가지고, $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다.

5. 다음 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 포갤 수 있는 그래프의 식은?

① $y = 2(x-1)^2$
② $y = -2x^2 + 1$
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$
④ $y = -2(2x+1)^2$
⑤ $y = 2x^2 - 5$

해설

이차항의 계수가 같은 이차함수를 찾는다.

6. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $x = -1$ 을 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.

③ y 절편은 -2 이다.

④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.

⑤ $(1, 6)$ 을 지난다.

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 y 절편은 0 이다.

7. $x=\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, $y=\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 일 때 $x+y$의 값을 구하면?

① $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$ ② $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$x=\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$, $y=\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$이므로

$x+y=2\sqrt{5}$

8. $4-\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라고 할 때, $\dfrac{1}{a+b-1+\sqrt{2}}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{5}$ ⑤ $\dfrac{1}{6}$

해설

$1<\sqrt{2}<2$ 이므로 $2<4-\sqrt{2}<3$,
$a=2, b=4-\sqrt{2}-2=2-\sqrt{2}$,
(준식) $=\dfrac{1}{2+2-\sqrt{2}-1+\sqrt{2}}=\dfrac{1}{3}$

9. $x = 2 - \sqrt{2}$ 일 때, $2x^2 - 8x + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x - 2 = -\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2(x^2 - 4x) + 4 \\ &= 2(x-2)^2 - 4 \\ &= 2\left(-\sqrt{2}\right)^2 - 4 \\ &= 0\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3+\sqrt{13}}{2} = 3.\times\times\times$$

$$\frac{3-\sqrt{13}}{2} = -0.\times\times\times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

11. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □

㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

① $(0,\ 0),\ y,\ x < 0,\ x > 0$
② $(0,\ 0),\ y,\ x > 0,\ x < 0$
③ $(0,\ 0),\ x,\ x < 0,\ x > 0$
④ $(1,\ -1),\ y,\ x > 0,\ x < 0$
⑤ $(0,\ 0),\ x,\ x > 0,\ x < 0$

해설

꼭짓점은 $(0,0)$ 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일 때, y 는 감소한다.

12. 다음 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$의 그래프가 제 1, 2, 4 사분면을 지날 때, a, p, q의 부호는?

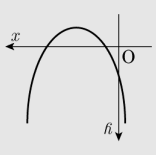
① $a < 0,\ p < 0,\ q < 0$　② $a < 0,\ p > 0,\ q < 0$

③ $a > 0,\ p < 0,\ q > 0$　④ $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$

⑤ $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

해설

$y = a(x+p)^2 + q$의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$



13. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 - 12x + 2$ 의 그래프가 되었다. 이 때, pq 의 값은?

① 30　② −15　③ 10　④ −5　⑤ 45

해설

$y = 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2 = 3(x + 1)^2 - 5$

꼭짓점 $(-1,\ -5)$

$y = 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 3(x - 2)^2 - 10$

꼭짓점 $(2,\ -10)$

따라서 $p = 3$, $q = -5$ 이므로

$pq = -15$ 이다.

14. 세 점 $(-4,\ 0),\ (2,\ 0),\ (0,\ 4)$를 지나는 포물선의 식으로 옳은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ ② $y = -x^2 - 2x + 4$

③ $y = -2x^2 + 4x + 1$ ④ $y = -2x^2 - 4x + 5$

⑤ $y = -3x^2 + 5x + 1$

해설

$(-4,\ 0),\ (2,\ 0)$ 을 지나므로 $y = a(x+4)(x-2)$

$(0,\ 4)$ 를 대입하면 $4 = -8a$,$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x+4)(x-2) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 이다.

15. $8^{32}-1$이 자연수 n에 의해 나누어 떨어질 때, n의 값의 합을 구하여라.
(단, $60 < n < 70$)

▶ 답:

▷ 정답: 128

해설

$8^{32}-1 = (2^3)^{32}-1 = 2^{96}-1$
$= (2^{48}+1)(2^{24}+1)(2^{12}+1)$
$(2^6+1)(2^3+1)(2^3-1)$

60과 70 사이의 자연수 n은 $2^6+1 = 65$ 또는 $2^6-1 = 63$이므로
그 합은 $65+63 = 128$이다.

16. $b-a=\sqrt{3}$, $ab=1$ 이고, $(b+a)b^2-(a+b)a^2=m\sqrt{3}$이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m=7$

해설

$$\begin{aligned}(b+a)^2&=(b-a)^2+4ab\\&=(\sqrt{3})^2+4=7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b+a)b^2-(a+b)a^2&=(b+a)(b^2-a^2)\\&=(b+a)^2(b-a)\\&=7\sqrt{3}=m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m=7$ 이다.

17. $7x-5<4(x+1)$이고 x는 자연수일 때, $x^2-5x+6=0$를 풀면?

① $x=0,\ x=1$　② $x=2$　③ $x=2,\ x=3$

④ $x=3$　⑤ $x=-2,\ x=3$

해설

$7x-5<4(x+1)$ 에서 $7x-4x<4+5$, $3x<9$ ∴ $x<3$

따라서 x의 값은 1, 2이다.

$x^2-5x+6=0$의 해는 $x=2,\ x=3$이므로 해는 $x=2$가 된다.

18. 이차방정식 $x^2-(a+3)x-4=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2-a\alpha-4)(\beta^2-a\beta-4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x=\alpha$, $x=\beta$ 를 대입하면

$\alpha^2-a\alpha-3\alpha-4=0$, $\alpha^2-a\alpha-4=3\alpha$

$\beta^2-a\beta-3\beta-4=0$, $\beta^2-a\beta-4=3\beta$

$\therefore\ (\alpha^2-a\alpha-4)(\beta^2-a\beta-4)=(3\alpha)\times(3\beta)$

$=9\alpha\beta=-36$

19. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때 $-a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-a+b=21$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+cx+d)^2$
$=x^4+2cx^3+(c^2+2d)x^2+2cdx+d^2$
양변의 계수를 비교하면 된다.
즉, $4=2c$, $-2=c^2+2d$, $a=2cd$, $b=d^2$
$\therefore c=2,\ d=-3,\ a=-12,\ b=9$
$\therefore -a+b=12+9=21$

20. $a\%$ 의 소금물 200g 에서 소금물 $a+5g$ 을 퍼낸 다음 퍼낸 만큼의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 30% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 25 g

해설

처음 소금의 양 : $\frac{a}{100} \times 200 = 2a\,(\mathrm{g})$

퍼낸 소금물 $(a+5)$g 속의 소금의 양 : $(a+5)\frac{a}{100} = \frac{a^2+5a}{100}\,(\mathrm{g})$

$2a - \frac{a^2+5a}{100} + (a+5) = \frac{30}{100} \times 200$

$-\left(a^2+5a\right) + 300a + 500 - 6000 = 0$

$-a^2 + 295a - 5500 = 0$

$a^2 - 295a + 5500 = 0$

$(a-20)(a-275) = 0$

a 는 200 보다 작아야 하므로 $a = 20$

따라서 퍼낸 소금물의 양은 $a+5 = 25\,(\mathrm{g})$ 이다.