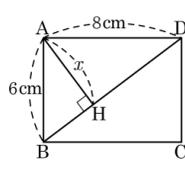


1. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 길이는?



- ① 4 cm ② 4.8 cm ③ $2\sqrt{6}$ cm
 ④ 5 cm ⑤ 5.2 cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } 10 \times x = 6 \times 8$$

$$\therefore x = 4.8(\text{cm})$$

2. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 원점 사이의 거리는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점은 $(0, 5)$ 이다. 따라서 원점과의 거리는 5 이다.

3. 다음 삼각비의 값 중에서 가장 큰 것은?

① $\sin 0^\circ$

② $\cos 30^\circ$

③ $\cos 45^\circ$

④ $\sin 30^\circ$

⑤ $\tan 45^\circ$

해설

① $\sin 0^\circ = 0$

② $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

⑤ $\tan 45^\circ = 1$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sin 0^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$

② $\cos 0^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$

③ $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$

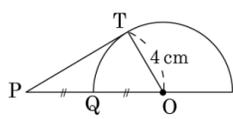
④ $\tan 0^\circ = 0$, $\tan 45^\circ = 1$

⑤ $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \tan 60^\circ$

해설

$$\textcircled{5} \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

5. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 반원 O 의 접선이다.
 $\overline{OT} = 4\text{cm}$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{OQ}$ 일 때, \overline{PT} 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 를 구하여라.
 (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

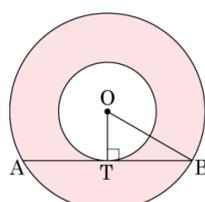
해설

$$\overline{OP} = 2 \times \overline{OQ} = 8$$

$$\angle T = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{PT} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

6. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고 색칠한 부분의 넓이가 $100\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라. (단, T 는 접점)



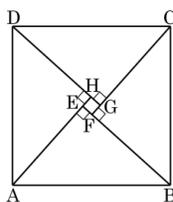
▶ 답: cm

▷ 정답: 20 cm

해설

큰 원의 반지름: R , 작은 원의 반지름: r
 $R^2\pi - r^2\pi = 100\pi$, $R^2 - r^2 = 100$
 $\triangle OTB$ 에서 $R^2 - r^2 = \overline{BT}^2 = 100$ 이므로 $\overline{BT} = 10$
 $\overline{AB} = 2\overline{BT} = 20$ cm

7. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동 이고 사각형 ABCD 의 넓이는 36cm^2 , AE 의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는?

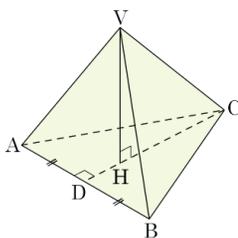


- ① $2(\sqrt{5}-1)\text{cm}$ ② $4(\sqrt{6}-1)\text{cm}$ ③ $4(\sqrt{5}-1)\text{cm}$
 ④ $8(\sqrt{6}-1)\text{cm}$ ⑤ $8(\sqrt{5}-2)\text{cm}$

해설

□ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로
 한 변의 길이는 6cm 이다.
 $\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{AE} = 4\text{cm}$ 이고 사각형 EFGH 의 한 변인 $\overline{EH} = \overline{AH} - \overline{AE}$
 이므로
 $\overline{EH} = 2\sqrt{5} - 4 = 2(\sqrt{5} - 2)$ 이고,
 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는
 $2(\sqrt{5} - 2) \times 4 = 8(\sqrt{5} - 2)\text{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 부피가 $54\sqrt{6}\text{cm}^3$ 인 정사면체 $V-ABC$ 의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H , \overline{AB} 의 중점을 D 이라 할 때, $\triangle VCH$ 의 넓이는?



- ① $12\sqrt{6}\text{cm}^2$ ② $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $16\sqrt{6}\text{cm}^2$
 ④ $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $24\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

한 변의 길이가 a 인 정사면체에서의

$$\text{부피} : V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 54\sqrt{6} \text{ 이므로 한 변의 길이 } a = 6\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

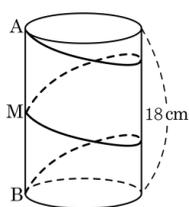
한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정사면체에서의 높이 $\overline{VH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6\sqrt{3} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정삼각형에서의 높이 $\overline{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9(\text{cm})$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \triangle VCH &= \frac{1}{2} \times \overline{CH} \times \overline{VH} \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\overline{CD} \times \frac{2}{3} \right) \times \overline{VH} \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2} \\ &= 18\sqrt{2}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

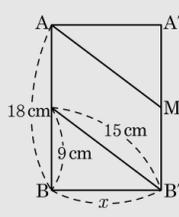
9. 다음 원기둥의 높이는 18 cm 이다. 점 M 은 높이의 중점이며, 그림과 같이 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 중점 M 을 지나 점 B 에 이르는 최단거리가 30 cm 이라 할 때, 밑면의 둘레의 길이를 구하면?

- ① 11 cm ② 11.5 cm
 ③ 12 cm ④ 12.5 cm
 ⑤ 13 cm



해설

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$
 따라서 밑면의 둘레의 길이는 12(cm)



10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{2}$

② $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ = \frac{1}{2}$

③ $\tan 45^\circ \div \cos 45^\circ = \sqrt{2}$

④ $\cos^2 45^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{3}$

⑤ $\sin 90^\circ \times \cos 60^\circ - \cos 90^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{1}{2}$

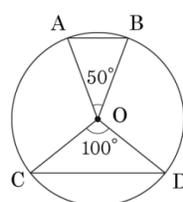
해설

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

② $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$

④ $\cos^2 45^\circ \times \tan 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 다음 그림의 원 O에서 $\angle AOB = 50^\circ$ 이고 $\angle COD = 100^\circ$ 일 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

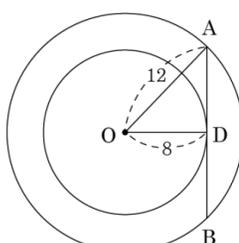


- ① $25.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$
 ② $2\overline{AB} = \overline{CD}$
 ③ $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$
 ④ $2\triangle AOB = \triangle COD$
 ⑤ $2 \times (\text{부채꼴 } AOB \text{ 의 넓이}) = (\text{부채꼴 } COD \text{ 의 넓이})$

해설

한 원 또는 합동인 원에서 중심각의 크기와 호의 길이, 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이는 정비례한다.
 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

12. 다음 그림과 같이 점 O를 원의 중심으로 하는 작은 원과 큰 원이 있다. \overline{AB} 가 작은 원에 접하고, 큰 원의 현이 될 때, 선분 AB의 길이로 알맞은 것을 구하면?

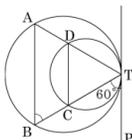


- ① $3\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $7\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \angle ODA &= 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = 2\overline{AD} \\ \overline{AD} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AD} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 직선 PT는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60^\circ$, $\square ABCD$ 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



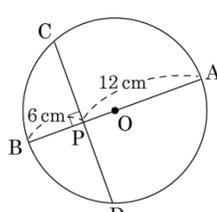
- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle CDT = 60^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABT = \angle CDT = 60^\circ$

14. 다음과 같이 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{AP} = 12\text{cm}$ 인 원 O에서 \overline{CD} 의 길이는?

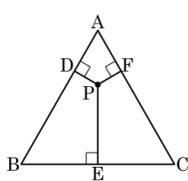
- ① $10\sqrt{2}\text{cm}$ ② $11\sqrt{2}\text{cm}$
 ③ $12\sqrt{2}\text{cm}$ ④ $13\sqrt{2}\text{cm}$
 ⑤ $14\sqrt{2}\text{cm}$



해설

\overline{AB} 가 지름이고 \overline{CD} 가 현이므로
 $\overline{CP} = \overline{DP}$, $\overline{CP}^2 = 12 \times 6$
 $\overline{CP}^2 = 72$, $\overline{CP} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$

15. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3}^2 = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PE} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{PF} =$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{3}(\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF})$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \frac{3}{2}$$

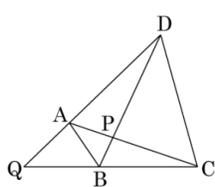
16. $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① A의 값이 증가하면 $\sin A$ 의 값은 감소한다.
- ② A의 값이 감소하면 $\tan A$ 의 값은 증가한다.
- ③ $\cos A$ 의 최솟값은 0, 최댓값은 1이다.
- ④ $\tan A$ 의 최솟값은 0, 최댓값은 1이다.
- ⑤ $\sin A$ 의 값과 $\cos A$ 의 값이 같아지는 경우는 없다.

해설

- ① A의 값이 증가하면 $\sin A$ 의 값은 증가한다.
- ② A의 값이 감소하면 $\tan A$ 의 값은 감소한다.
- ④ $\tan A$ 의 최솟값은 0, 최댓값은 없다.
- ⑤ $\sin A$ 의 값과 $\cos A$ 의 값이 같아지는 경우가 있다.

17. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 조건인 것을 골라라.



- ㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$
 ㉡ $\angle ACD = \angle ABC$
 ㉢ $\angle BAD = \angle BCD$
 ㉣ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

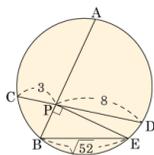
▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

- ㉠ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
 ㉡ $\angle ACD = \angle ABD$
 ㉢ $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$

18. 다음 그림에서 점 P는 \overline{AB} 와 \overline{CD} 의 교점이고, $\overline{AP} = \overline{EP}$, $\angle BPE = 90^\circ$ 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구하면?



- ① 9 ② $5\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ 11

해설

$\overline{AP} = x$ $\overline{BP} = y$ 라 하면
 $xy = 24$ (\because 원과 비례관계)
 $x^2 + y^2 = 52$ (\because $\triangle PBE$ 피타고라스 정리)
 $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
 $(x+y)^2 = 52 + 48 = 100$
 $\therefore x+y = 10$

19. 실수 x 에 대하여 이차방정식 $\frac{x^2}{p} + x + 1 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, 이차방정식 $x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 하자. $a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2 \text{ 에서}$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 = 0 \text{ 이므로 } a = 1, b = 1$$

즉, $\frac{x^2}{p} + x + 1 = 0$ 과 $x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0$ 이 모두 중근을 가지므로

$$D = 1 - \frac{4}{p} = 0$$

$$\therefore p = 4$$

$$D = \frac{1}{p^2} - \frac{4}{pq} = 0$$

$$\therefore q = 16$$

따라서 $p + q = 4 + 16 = 20$ 이다.

20. 자연수 a, b, c 에 대하여 a, c 는 10보다 작은 홀수이고, b 는 10보다 작은 짝수이다. 이차방정식 $ax^2 - 3bx + 6c = 0$ 의 두 근 p, q 가 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 를 만족할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 84

▷ 정답: 60

해설

$$ax^2 - 3bx + 6c = 0 \text{ 에서 } p + q = \frac{3b}{a}, pq = \frac{6c}{a}$$

한편 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 에서

$$9 < p + q < 15, 9 < \frac{3b}{a} < 15$$

$$\therefore 3 < \frac{b}{a} < 5$$

$a > 0$ 이므로 $3a < b < 5a$

a 는 10보다 작은 자연수 중 홀수이므로

$$a = 1, b = 4$$

따라서 $pq = 6c$ 이다.

$$18 < pq < 54 \text{ 이므로 } 18 < 6c < 54, 3 < c < 9$$

c 는 10보다 작은 홀수인 자연수이므로 $c = 5, 7$

따라서 이차방정식은 $x^2 - 12x + 30 = 0, x^2 - 12x + 42 = 0$ 이다.

$$p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq \text{ 이므로}$$

$$\therefore p^2 + q^2 = 12^2 - 2 \times 30 = 84$$

$$= 12^2 - 2 \times 42 = 60$$