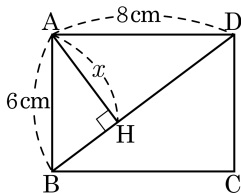


1. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 길이는?



① 4 cm

② 4.8 cm

③ $2\sqrt{6}$ cm

④ 5 cm

⑤ 5.2 cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } 10 \times x = 6 \times 8$$

$$\therefore x = 4.8(\text{cm})$$

2. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 원점 사이의 거리는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점은 x 좌표가 0 일 때이므로
 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점은 $(0, 5)$ 이다.
따라서 원점과의 거리는 5 이다.

3. 다음 삼각비의 값 중에서 가장 큰 것은?

① $\sin 0^\circ$

② $\cos 30^\circ$

③ $\cos 45^\circ$

④ $\sin 30^\circ$

⑤ $\tan 45^\circ$

해설

① $\sin 0^\circ = 0$

② $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

⑤ $\tan 45^\circ = 1$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sin 0^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$

② $\cos 0^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$

③ $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$

④ $\tan 0^\circ = 0$, $\tan 45^\circ = 1$

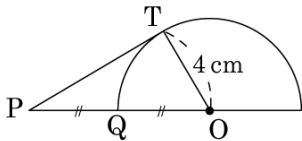
⑤ $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \tan 60^\circ$

해설

$$\textcircled{5} \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 반원 O 의 접선이다.

$\overline{OT} = 4\text{ cm}$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{OQ}$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 를 구하여라.
(단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답:

▶ 정답: 7

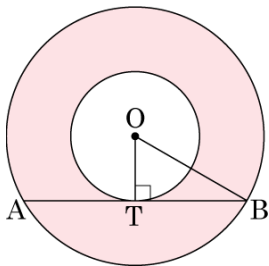
해설

$$\overline{OP} = 2 \times \overline{OQ} = 8$$

$$\angle T = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{PT} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

6. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고 색칠한 부분의 넓이가 $100\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라. (단, T 는 접점)



▶ 답: cm

▷ 정답: 20cm

해설

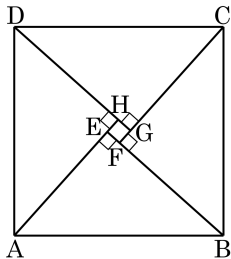
큰 원의 반지름: R , 작은 원의 반지름: r

$$R^2\pi - r^2\pi = 100\pi, R^2 - r^2 = 100$$

$\triangle OTB$ 에서 $R^2 - r^2 = \overline{BT}^2 = 100$ 이므로 $\overline{BT} = 10$

$$\overline{AB} = 2\overline{BT} = 20\text{ cm}$$

7. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 사각형 ABCD의 넓이는 36cm^2 , AE의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH의 둘레의 길이는?



- ① $2(\sqrt{5} - 1)\text{cm}$ ② $4(\sqrt{6} - 1)\text{cm}$ ③ $4(\sqrt{5} - 1)\text{cm}$
 ④ $8(\sqrt{6} - 1)\text{cm}$ ⑤ $8(\sqrt{5} - 2)\text{cm}$

해설

□ABCD의 넓이가 36cm^2 이므로

한 변의 길이는 6cm 이다.

$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

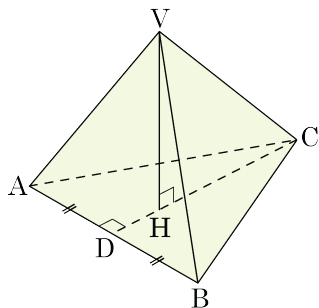
$\overline{AE} = 4\text{cm}$ 이고 사각형 EFGH의 한 변인 $\overline{EH} = \overline{AH} - \overline{AE}$ 이므로

$\overline{EH} = 2\sqrt{5} - 4 = 2(\sqrt{5} - 2)$ 이고,

사각형 EFGH의 둘레의 길이는

$2(\sqrt{5} - 2) \times 4 = 8(\sqrt{5} - 2)\text{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 부피가 $54\sqrt{6}\text{cm}^3$ 인 정사면체 $V-ABC$ 의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H , $\overline{AB}$ 의 중점을 D 이라 할 때, $\triangle VCH$ 의 넓이는?



- ① $12\sqrt{6}\text{cm}^2$ ② $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $16\sqrt{6}\text{cm}^2$
 ④ $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $24\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

한 변의 길이가 a 인 정사면체에서의

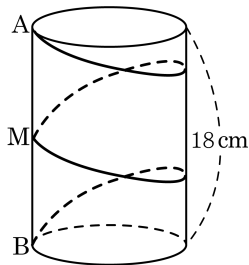
부피 : $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 54\sqrt{6}$ 이므로 한 변의 길이 $a = 6\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정사면체에서의 높이 $\overline{VH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6\sqrt{3} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정삼각형에서의 높이 $\overline{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9(\text{cm})$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \triangle VCH &= \frac{1}{2} \times \overline{CH} \times \overline{VH} \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\overline{CD} \times \frac{2}{3} \right) \times \overline{VH} \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2} \\ &= 18\sqrt{2}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

9. 다음 원기둥의 높이는 18cm 이다. 점 M 은 높이의 중점이며, 그림과 같이 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 중점 M 을 지나 점 B 에 이르는 최단거리가 30cm 이라 할 때, 밑면의 둘레의 길이를 구하면?

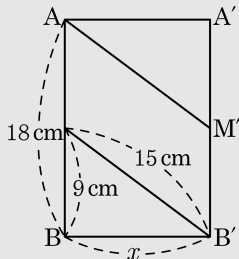


- ① 11 cm ② 11.5 cm
 ③ 12 cm ④ 12.5 cm
 ⑤ 13 cm

해설

$$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$$

따라서 밑면의 둘레의 길이는 12(cm)



10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{2}$

② $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ = \frac{1}{2}$

③ $\tan 45^\circ \div \cos 45^\circ = \sqrt{2}$

④ $\cos^2 45^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{3}$

⑤ $\sin 90^\circ \times \cos 60^\circ - \cos 90^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{1}{2}$

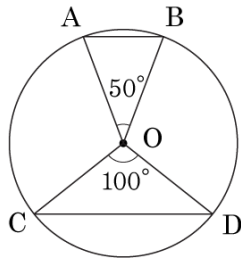
해설

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

② $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$

④ $\cos^2 45^\circ \times \tan 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 다음 그림의 원 O에서 $\angle AOB = 50^\circ$ 이고 $\angle COD = 100^\circ$ 일 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



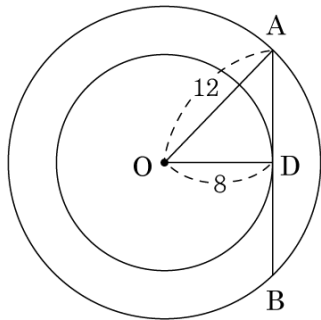
- ① $25.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$
- ② $2\overline{AB} = \overline{CD}$
- ③ $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$
- ④ $2\triangle AOB = \triangle COD$
- ⑤ $2 \times (\text{부채꼴 AOB의 넓이}) = (\text{부채꼴 COD의 넓이})$

해설

한 원 또는 합동인 원에서 중심각의 크기와 호의 길이, 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이는 정비례한다.

현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

12. 다음 그림과 같이 점 O를 원의 중심으로 하는 작은 원과 큰 원이 있다. $\overline{AB}$ 가 작은 원에 접하고, 큰 원의 현이 될 때, 선분 AB의 길이로 알맞은 것을 구하면?



① $3\sqrt{5}$

② $5\sqrt{5}$

③ $7\sqrt{5}$

④ $8\sqrt{5}$

⑤ $9\sqrt{5}$

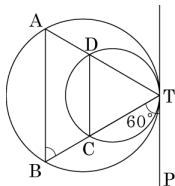
해설

$$\angle ODA = 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = 2\overline{AD}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

13. 다음 그림에서 직선 PT는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60^\circ$, $\square ABCD$ 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

⑤ 70°

해설

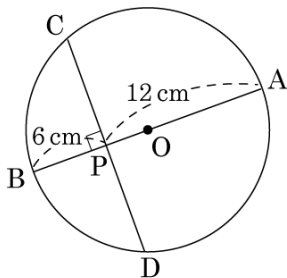
$$\angle CDT = 60^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABT = \angle CDT = 60^\circ$$

14. 다음과 같이 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{AP} = 12\text{cm}$ 인
원 O 에서 $\overline{CD}$ 의 길이는?

- ① $10\sqrt{2}\text{cm}$ ② $11\sqrt{2}\text{cm}$
 ③ $12\sqrt{2}\text{cm}$ ④ $13\sqrt{2}\text{cm}$
 ⑤ $14\sqrt{2}\text{cm}$



해설

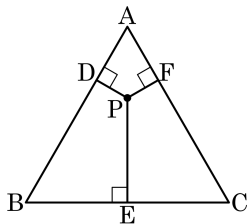
$\overline{AB}$ 가 지름이고 $\overline{CD}$ 가 현이므로

$$\overline{CP} = \overline{DP}, \overline{CP}^2 = 12 \times 6$$

$$\overline{CP}^2 = 72, \overline{CP} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

15. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3}^2 &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PE} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{PF} = \\ \frac{1}{2} \times \sqrt{3}(\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}) \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \frac{3}{2}$$

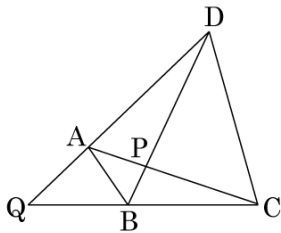
16. $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① A 의 값이 증가하면 $\sin A$ 의 값은 감소한다.
- ② A 의 값이 감소하면 $\tan A$ 의 값은 증가한다.
- ③ $\cos A$ 의 최솟값은 0, 최댓값은 1이다.
- ④ $\tan A$ 의 최솟값은 0, 최댓값은 1이다.
- ⑤ $\sin A$ 의 값과 $\cos A$ 의 값이 같아지는 경우는 없다.

해설

- ① A 의 값이 증가하면 $\sin A$ 의 값은 증가한다.
- ② A 의 값이 감소하면 $\tan A$ 의 값은 감소한다.
- ④ $\tan A$ 의 최솟값은 0, 최댓값은 없다.
- ⑤ $\sin A$ 의 값과 $\cos A$ 의 값이 같아지는 경우가 있다.

17. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 조건인 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABC$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉤ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

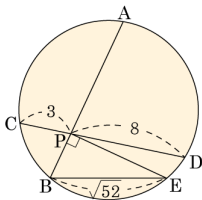
해설

㉠ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABD$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$

18. 다음 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{AP} = \overline{EP}$, $\angle BPE = 90^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?



① 9

② $5\sqrt{2}$

③ 10

④ $5\sqrt{3}$

⑤ 11

해설

$\overline{AP} = x$ $\overline{BP} = y$ 라 하면

$xy = 24$ ($\because$ 원과 비례관계)

$x^2 + y^2 = 52$ ($\because \triangle PBE$ 피타고라스 정리)

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$(x + y)^2 = 52 + 48 = 100$

$\therefore x + y = 10$

19. 실수 x 에 대하여 이차방정식 $\frac{x^2}{p} + x + 1 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, 이차방정식 $x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 하자. $a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2 \text{ 에서}$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 = 0 \text{ 이므로 } a=1, b=1$$

$$\text{즉, } \frac{x^2}{p} + x + 1 = 0 \text{ 과 } x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0 \text{ 이 모두 중근을 가지므로}$$

$$D = 1 - \frac{4}{p} = 0$$

$$\therefore p = 4$$

$$D = \frac{1}{p^2} - \frac{4}{pq} = 0$$

$$\therefore q = 16$$

$$\text{따라서 } p + q = 4 + 16 = 20 \text{ 이다.}$$

20. 자연수 a, b, c 에 대하여 a, c 는 10보다 작은 홀수이고, b 는 10보다 작은 짝수이다. 이차방정식 $ax^2 - 3bx + 6c = 0$ 의 두 근 p, q 가 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 를 만족할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : 60

해설

$$ax^2 - 3bx + 6c = 0 \text{ 에서 } p + q = \frac{3b}{a}, pq = \frac{6c}{a}$$

한편 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 에서

$$9 < p + q < 15, 9 < \frac{3b}{a} < 15$$

$$\therefore 3 < \frac{b}{a} < 5$$

$a > 0$ 이므로 $3a < b < 5a$

a 는 10보다 작은 자연수 중 홀수이므로

$$a = 1, b = 4$$

따라서 $pq = 6c$ 이다.

$$18 < pq < 54 \text{ 이므로 } 18 < 6c < 54, 3 < c < 9$$

c 는 10보다 작은 홀수인 자연수이므로 $c = 5, 7$

따라서 이차방정식은 $x^2 - 12x + 30 = 0, x^2 - 12x + 42 = 0$ 이다.

$$p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \therefore p^2 + q^2 &= 12^2 - 2 \times 30 = 84 \\ &= 12^2 - 2 \times 42 = 60 \end{aligned}$$