1. 다항식 $A = x^2 - x + 1$, $B = 3x^2 - 2x - 1$에 대하여 $X + 2A = B$를 만족하는 다항식 X를 구하면?

① $x^2 + 3x + 1$　② $x^2 - 1$　③ $x^2 - 3$

④ $x^2 + 1$　⑤ $2x^2 - x + 1$

해설

$X = B - 2A$
$= (3x^2 - 2x - 1) - 2(x^2 - x + 1)$
$= x^2 - 3$

해설

2. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

3. 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$ 에서
i) (일차항)×(일차항) 의 경우 $9x^2$
ii) (이차항)×(상수항) 의 경우 $2\times 5x^2$
즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$
$\therefore$ 19

4. 등식 $x^2+2x+3=a(x-1)^2+bx+c$가 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c의 값을 정할 때, $a+b+c$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned} x^2+2x+3 &= a(x-1)^2+bx+c \\ &= ax^2+(b-2a)x+a+c \end{aligned}$$

$a=1,\ b-2a=2,\ a+c=3$

$a=1,\ b=4,\ c=2$

$a+b+c=7$

5. 다음 식이 x에 대한 항등식이 되도록 A, B의 값을 정할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

$$4x-6=A(x+1)-B(x-1)$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

x에 대한 항등식이므로 x의 값에 관계없이 항상 성립한다.
따라서 $x=-1$을 양변에 대입하면,
$4\times(-1)-6=A(-1+1)-B(-1-1)$
$-10=2B \quad \therefore\ B=-5$
또, $x=1$을 양변에 대입하면,
$4\times1-6=A(1+1)-B(1-1)$
$-2=2A \quad \therefore\ A=-1$
$\therefore\ A=-1,\ B=-5$
$\therefore\ A+B=-6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,
$4x-6=(A-B)x+A+B$
$\therefore A+B=-6$

6. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 내림차순으로 정리하면
> $3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다.
> ㉡ 오름차순으로 정리하면
> $5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다.
> ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다.
> ㉣ x^3 의 계수는 3이다.
> ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

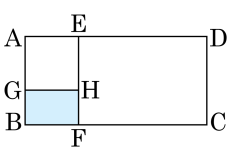
7. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서
$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$
$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$
$= x^2 + 2x + 2$

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$
② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square GBFH = \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD$
$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$
$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

9. $(x+y)^n$을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$
$=\{(4a^2-9b^2)^3\}^4$
$=(4a^2-9b^2)^{12}$
$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$의 항의 개수는 13개이다.

10. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$　② $-x+3$　③ $x-3$
④ $-x-3$　⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$구하는 나머지는 $-x+3$

11. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$　② $a - b^2$　③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$　⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$
\begin{aligned}
&a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\
&= a^3 - b^3 + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\
&= (a-b)(a^2 + b^2 + c^2)
\end{aligned}
$$

12. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

-1	1	-4	1	6
		-1	5	-6
	1	-5	6	0

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

13. 임의의 실수 x 대하여 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_{20}x^{20}$ 이 항상 성립할 때, $2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20}$ 의 값은?

① 1023 ② 1024 ③ 1025 ④ 2046 ⑤ 2050

해설

$x = 0$ 대입, $a_0 = 1$

$x = 1$ 대입, $2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$

$2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20} = 1 + 1024 = 1025$

14. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0,\ m + n = -3$
$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2,\ m - n = 1$
두 식을 연립하여 풀면 $m = -1,\ n = -2$
$\therefore\ mn = 2$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$로 나누면 나머지는 -4이고, 그 몫을 $x+2$로 나누면 나머지는 2이다. 이때, $f(x)$를 $x+2$로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

16. x의 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$f(-1)=2$
$(x^2-x+3)f(x)=(x+1)Q(x)+R$
$x=-1$ 대입
$\therefore R=5f(-1)=5\times 2=10$

17. 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x+2$로 나누면 3이 남고, x^2-1로 나누면 떨어진다. 이 때, abc의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x^3+ax^2+bx+c=(x+2)Q_1(x)+3$

$=(x+1)(x-1)Q_2(x)$

$f(-2)=3 \quad f(1)=0 \quad f(-1)=0$

$x=-2$ 대입, $-8+4a-2b+c=3$

$x=-1$ 대입, $-1+a-b+c=0$

$x=1$ 대입, $1+a+b+c=0$

세 식을 연립해서 구하면

$a=3, b=-1, c=-3$

$\therefore \ abc=9$

18. $2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$를 인수분해 하면$(x+ay+b)(2x+cy+d)$이다. 이 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-3y^2+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-(y-2)(3y+1)$
$=\{x-(y-2)\}\{2x+(3y+1)\}$
$=(x-y+2)(2x+3y+1)$
$\therefore\ a=-1, b=2, c=3, d=1$

19. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}\ (\text{단. } a\neq b\neq c)$$

① -1 ② 1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b)+b^2(a-c)+c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)}\\ &= \frac{(c-b)a^2-(c^2-b^2)a+bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}\\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)}=1\end{aligned}$$

20. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　② 이등변삼각형
③ 정삼각형　④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$에서
$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$
$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$
$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$
$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$
a, b, c는 실수이므로
$a-b=0,\ b-c=0,\ c-a=0$
$\therefore\ a=b=c$
따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

21. $\left(125^2 - 75^2\right) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$의 값은?

① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$125^2 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75)$
$= 200 \times 50 = 10000$
$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + 5 = 10$ 이므로
(준 식)$= 10000 \div 10 = 1000$

22. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

23. 세 다항식 $f(x)=x^2+x-2$, $g(x)=2x^2+3x-2$, $h(x)=x^2+mx+8$ 의 최대공약수가 x의 일차식일 때, m의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m=6$

해설

$f(x)=(x+2)(x-1)$
$g(x)=(x+2)(2x-1)$ 이므로
$f(x)$와 $g(x)$의 최대공약수는 $x+2$
이것이 $h(x)$의 약수이어야 하므로
$h(-2)=4-2m+8=0$
$\therefore\ m=6$

24. 두 이차 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 x^3+2x^2-x-2 일 때, $f(x)+g(x)$ 를 구하면?

① $2x^2+5x+2$ ② $2x^2+3x-2$ ③ $2x^2+4x$

④ $2x^2+2x-4$ ⑤ $2x^2+6x+4$

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$

$f(x)=(x+1)(x+2)$, $g(x)=(x-1)(x+2)$ 또는 $f(x)=(x-1)(x+2)$, $g(x)=(x+1)(x+2)$

$f(x)+g(x)=x^2+3x+2+x^2+x-2$

$=2x^2+4x$

25. 두 다항식 A, B의 최대공약수 G를 $A \cdot B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 한다. 다음 중 $(A^2 \cdot B^2) \bigstar (A^2 \cdot AB)$와 같은 것은?

① 1 ② A ③ AB ④ AL ⑤ AG

해설

$A = aG$, $B = bG$ (a, b는 서로소)라 하면

$A^2 \cdot B^2 = a^2G^2 \cdot b^2G^2 = G^2$

$A^2 \cdot AB = a^2G^2 \cdot abG^2 = aG^2$

$\therefore (A^2 \cdot B^2) \bigstar (A^2 \cdot AB) = G^2 \bigstar aG^2 = aG^2 = AG$