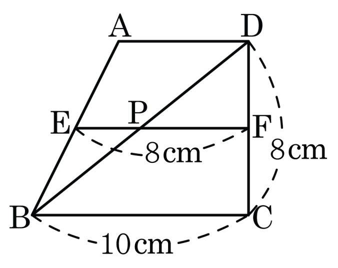
1. 닮음인 두 직육면체의 겉넓이의 비가 $16 : 25$ 이고, 큰 직육면체의 부피가 1000cm^3 일 때, 작은 직육면체의 부피는?

① 350cm^3　② 456cm^3　③ 512cm^3
④ 584cm^3　⑤ 640cm^3

해설

닮음인 도형의 길이 비가 $a : b$ 라면, 넓이의 비는 $a^2 : b^2$ 이고 부피의 비는 $a^3 : b^3$ 이다.
겉넓이의 비가 $16 : 25$ 이므로 닮음비는 $4 : 5$, 부피의 비는 $64 : 125$ 이다
작은 정육면체의 부피를 $V\ \text{cm}^3$ 라 하면, $V : 1000 = 64 : 125$
$\therefore V = 512(\text{cm}^3)$

2. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 이고 점 F 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$, $\overline{EF} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle$BPE 의 넓이는?



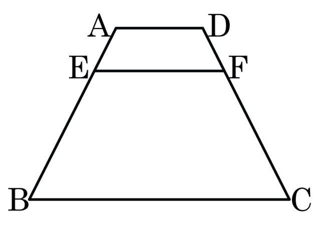
① 4cm^2　② 5cm^2　③ 6cm^2

④ 10cm^2　⑤ 12cm^2

해설

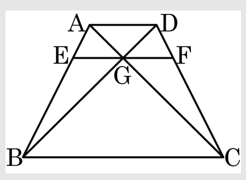
$\overline{PF} : \overline{BC} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{PF} = 5\text{cm}$,
따라서 $\overline{EP} = 3\text{cm}$, $\overline{FC} = 4\text{cm}$,
$\therefore\ \triangle\text{BPE} = 3 \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{BC} = 24$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?(단, $\overline{EF}$ 는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 지난다.)



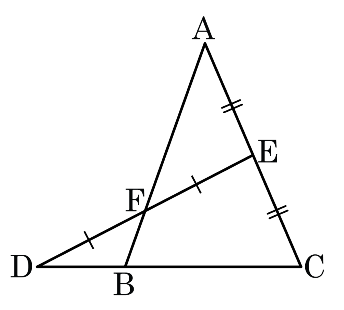
① 6　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 16

해설



$\overline{AC}$ 와 $\overline{DB}$ 의 교점을 G 라고 하자.
$\overline{AG} : \overline{GC} = 8 : 24 = 1 : 3$ 이므로
$\overline{EG} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$, $\overline{GF} = \frac{3}{4} \times 8 = 6$ 이다.
따라서 $\overline{EF} = 12$ 이다.

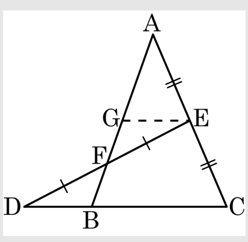
4. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$, $\overline{DF} = \overline{EF}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?(단, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 이다.)



① 6cm ② 5cm ③ 4cm ④ 3cm ⑤ 2cm

해설

점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 선분을 그어 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 G 라 하면



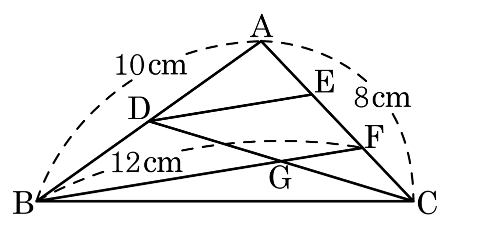
$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle DFB \equiv \triangle EFG$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{GE}$

$\overline{BD} : \overline{BC} = 1 : 2$

$\therefore\ \overline{BD} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 중점을 D , $\overline{AC}$ 의 삼등분점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BF} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{GF}$ 의 길이는?



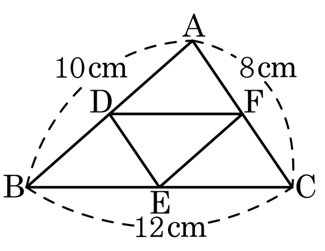
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로 $\overline{DE} /\!/ \overline{BF}$, $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BF}$

$\overline{CF} = \overline{EF}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{GF}$ 이므로 $\overline{GF} = \frac{1}{2}\overline{DE} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\overline{BF}\right) = \frac{1}{4}\overline{BF} = \frac{1}{4} \times 12 = 3\,(\text{cm})$ 이다.

6. $\triangle ABC$ 에서 각 변의 중점을 각각 D, E, F 라 놓고 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?



① 10 cm　② 12 cm　③ 13 cm　④ 15 cm　⑤ 18 cm

해설

D, E, F 가 각 변의 중점이므로

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF}$

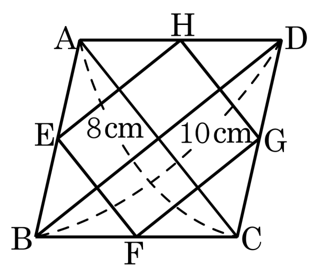
$= \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{AC}$

$= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$

$= \frac{1}{2}(10 + 12 + 8)$

$= 15(\text{cm})$

7. 다음 그림과 같은 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

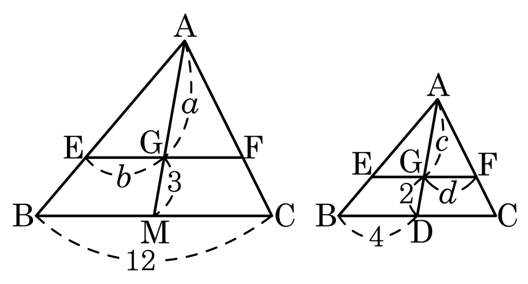
해설

$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$

$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\,(\text{cm})$

$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이) $= \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 4 + 5 + 4 + 5 = 18\,(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심일 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면?



① $\frac{15}{2}$　② 10　③ $\frac{20}{3}$　④ $\frac{50}{3}$　⑤ 30

해설

$2:1=a:3$이므로 $a=6$

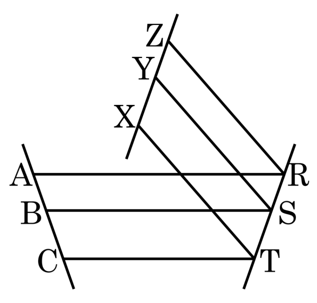
$\overline{\mathrm{BM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=6$이므로 $3:2=6:b$, $b=4$

$2:1=c:2$이므로 $c=4$

$3:2=4:d$에서 $d=\frac{8}{3}$

$\therefore\ a+b+c+d=6+4+4+\frac{8}{3}=\frac{50}{3}$

9. 다음 그림에서 $\overline{AR}$ // $\overline{BS}$, $\overline{BS}$ // $\overline{CT}$, $\overline{RZ}$ // $\overline{SY}$, $\overline{SY}$ // $\overline{TX}$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 4$ 일 때, $\overline{XY} : \overline{XZ}$ 를 구하면?



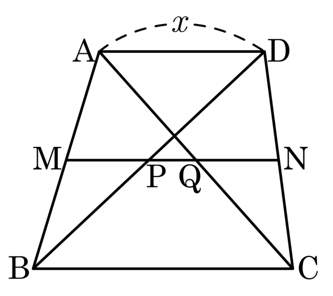
① 3 : 7 ② 4 : 3 ③ 4 : 7 ④ 7 : 4 ⑤ 3 : 4

해설

$\overline{XY} : \overline{XZ} = \overline{TS} : \overline{TR} = \overline{CB} : \overline{CA} = 4 : 7$

$\therefore\ \overline{XY} : \overline{XZ} = 4 : 7$

10. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ 의 중점이 각각 M , N 이고 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}=36$, $\overline{\mathrm{MP}}:\overline{\mathrm{PQ}}=7:4$ 일 때, x의 값은?



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{\mathrm{AD}}=x$, $\overline{\mathrm{BC}}=36-x$ 라 하면

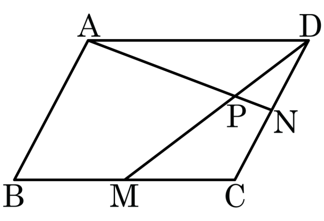
$\overline{\mathrm{MP}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AD}}=\frac{1}{2}x$, $\overline{\mathrm{MQ}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\frac{1}{2}(36-x)$

$\overline{\mathrm{MP}}:\overline{\mathrm{MQ}}=7:11$ 이므로

$\frac{1}{2}x:\frac{1}{2}(36-x)=7:11$

$\therefore\ x=14$

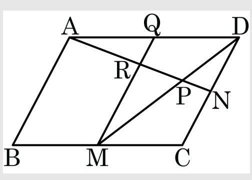
11. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점이다. $\triangle\mathrm{DPN} = 25\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이를 구하면?



① $300\,\mathrm{cm}^2$　② $350\,\mathrm{cm}^2$　③ $400\,\mathrm{cm}^2$

④ $450\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $500\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{QM}}$ 인 $\overline{\mathrm{QM}}$ 을 그으면

$\overline{\mathrm{AR}} = \overline{\mathrm{RN}}, \overline{\mathrm{MR}} : \overline{\mathrm{DN}} = 3 : 2$

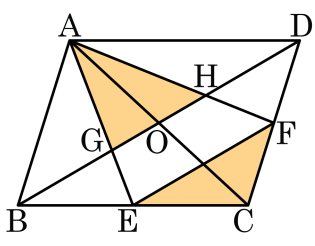
$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PN}} = 8 : 2 = 4 : 1$

$\triangle\mathrm{AND} : \triangle\mathrm{DPN} = 5 : 1$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{DPN} &= \frac{1}{5}\triangle\mathrm{AND} \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} \\ &= \frac{1}{20}\square\mathrm{ABCD}\end{aligned}$$

$\therefore\ \square\mathrm{ABCD} = 20\triangle\mathrm{DPN} = 20 \times 25 = 500(\,\mathrm{cm}^2)$

12. 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 $\overline{\mathrm{BC}}, \overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점이고 점 G, H 는 각각 대각선 $\overline{\mathrm{BD}}$ 와 $\overline{\mathrm{AE}}, \overline{\mathrm{AF}}$ 의 교점이다. $\triangle\mathrm{AGH}$ 의 넓이가 10 일 때, $\triangle\mathrm{CFE}$ 의 넓이를 구하면?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7.5 ⑤ 10

해설

점 G, H 는 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 무게중심이므로

$\triangle\mathrm{AGH} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABD}$

$\triangle\mathrm{ABD} = 10$ 이므로

$\triangle\mathrm{ABD} = 30$ 이다.

따라서 $\triangle\mathrm{CFE} = \frac{1}{4}\triangle\mathrm{BCD} = \frac{1}{4}\triangle\mathrm{ABD} = 7.5$ 이다.

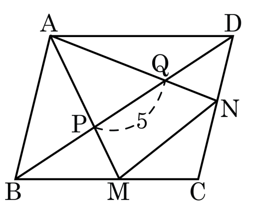
13. 축척이 $\frac{1}{50000}$ 인 지도에서 넓이가 $40\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제 넓이를 구하면?

① $8\mathrm{km}^2$ ② $9\mathrm{km}^2$ ③ $10\mathrm{km}^2$
④ $11\mathrm{km}^2$ ⑤ $12\mathrm{km}^2$

해설

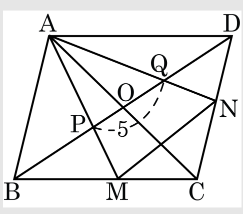
축척이50000 : 1 이므로, 닮음비는 50000 : 1
넓이의 비는 $50000^2 : 1^2 = 2500000000 : 1$
따라서 넓이가 $40\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제 넓이를 S 라고 할 때
$2500000000 : 1 = S : 40$
$S = 40 \times 2500000000 = 100000000000 = 10000000(\mathrm{m}^2) = 10(\mathrm{km})^2$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}, \overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{PQ} = 5$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{2}$　② $\frac{15}{2}$　③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$　⑤ $\frac{21}{2}$

해설



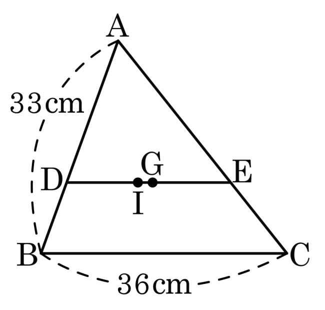
$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 하면 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이다.
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM}, \overline{BO}$ 는 중선이므로 점P 는 무게중심이므로
$\overline{PO} = \frac{1}{3}\overline{BO}$

점Q 도 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로 $\overline{QO} = \frac{1}{3}\overline{DO}$,

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD} = 3\overline{PQ}$, $\overline{BD} = 3 \times 5 = 15$

$\therefore\ \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{15}{2}$

15. 다음 그림에서 점 G, I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 내심이다. $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = 33\text{cm}$, $\overline{BC} = 36\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$: $\overline{AC}$ 를 바르게 구한 것은?



① 7 : 11　② 9 : 11　③ 7 : 13
④ 9 : 13　⑤ 11 : 13

해설

$\overline{DE} : \overline{BC} = 2 : 3$, $\overline{DE} : 36 = 2 : 3$, $\overline{DE} = 24(\text{cm})$
$\overline{AB} : \overline{DB} = 3 : 1$, $33 : \overline{DB} = 3 : 1$, $\overline{DB} = 11(\text{cm})$
$\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{IE} = \overline{EC}$ 이므로, $\overline{EC} = \overline{IE} = 24 - 11 = 13(\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} : \overline{EC} = 3 : 1$, $\overline{AC} : 13 = 3 : 1$, $\overline{AC} = 39(\text{cm})$
$\overline{AB} : \overline{AC} = 33 : 39 = 11 : 13$