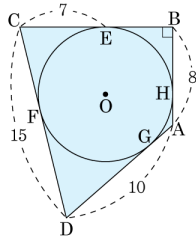


1. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 8$, $\overline{CD} = 15$, $\overline{AD} = 10$ 일 때, 원 O의 반지름은?



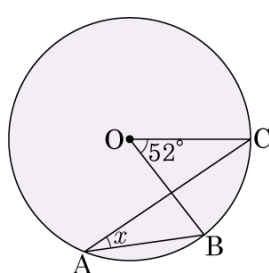
- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 13$ 따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.
 이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H 에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
 사각형 BEOH 는 정사각형이 된다.
 그러므로 원의 반지름은 6 이다.

2. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 26° ② 28° ③ 30°
④ 32° ⑤ 34°

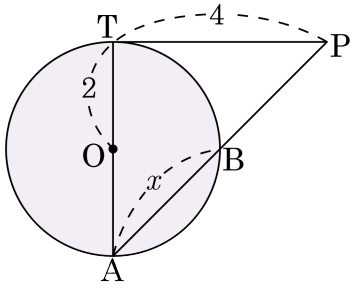


해설

호 BC에 대하여 $\angle BOC$ 는 중심각이고 $\angle CAB$ 는 원주각이다.

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \angle COB = 26^\circ$$

3. 다음 그림에서 T는 원 O의 접점일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

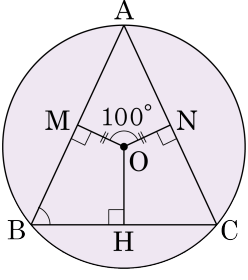


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \triangle APT & \text{는 직각이등변삼각형이므로} \\ \overline{AP} &= \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PB} \cdot \overline{PA} \\ 4^2 &= (4\sqrt{2} - x)4\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} &= 4\sqrt{2} - x \\ \therefore x &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고, $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle M = \angle N = \angle H = 90^\circ$, $\angle MON = 100^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하면?



- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

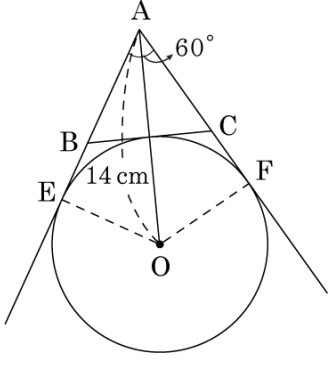
$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

따라서 $\angle B = \angle C$ 이다.

$$\angle A = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 100^\circ) = 80^\circ$$

$$\therefore \angle B = \angle C = (180^\circ - 80^\circ) \times \frac{1}{2} = 50^\circ$$

5. 점 E, 점 F가 원 O와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC가 원 O와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

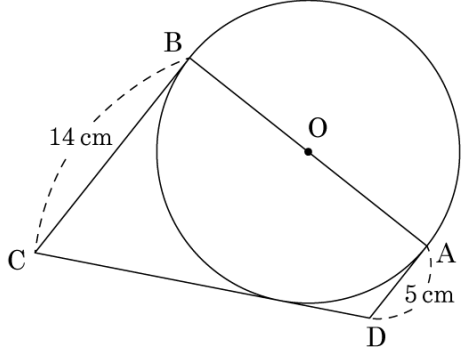


- ① $10\sqrt{3}\text{cm}$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $14\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $16\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $17\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 와 각각 접해있다. $\overline{AD}$ 의 길이가 5 cm , $\overline{BC}$ 가 14 cm 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?

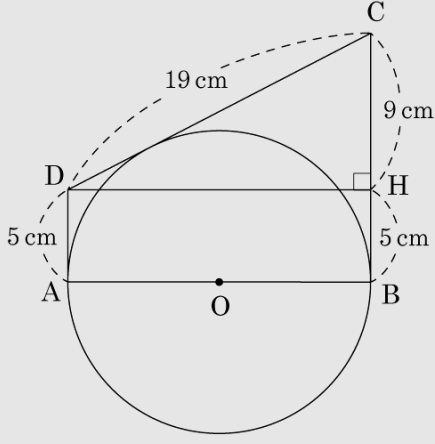


- ① $2\sqrt{70}$ cm ② $3\sqrt{70}$ cm ③ $4\sqrt{70}$ cm
 ④ $5\sqrt{70}$ cm ⑤ $6\sqrt{70}$ cm

해설

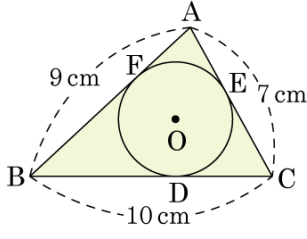
점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.

$$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{280} = 2\sqrt{70} \text{ (cm)}$$

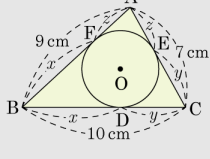


7. 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 원 O의 접점일 때, $\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE}$ 의 길이는?

- ① 12cm ② 13cm
 ③ 14cm ④ 15cm
 ⑤ 16cm

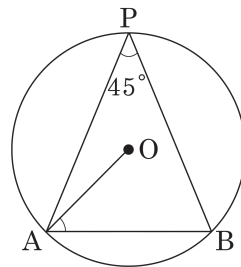


해설



그림에서 삼각형의 둘레의 길이 $26 = 2(x + y + z)$
 $\therefore \overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE} = x + y + z = 13$

8. 다음 그림에서 $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $\angle OAB$ 의 크기는?

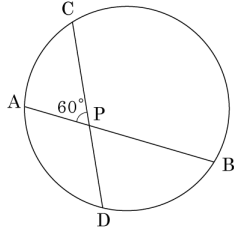


- ① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

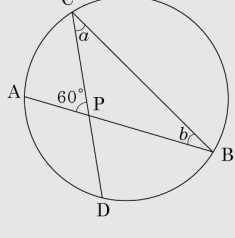
점 O 와 B 에 보조선을 그으면
 $\angle AOB = 45 \times 2 = 90^\circ$,
 $\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = 45^\circ$ 이다.

9. 다음 그림의 원에서 두 현 $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$ 의 교점을 P 라 하자. $\angle APC = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이는 이 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?



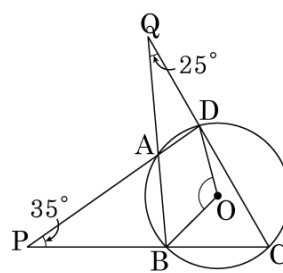
- ① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{8}$ 배

해설



선분 BC 를 긋고, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각을 a° $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 원주각을 b° 라 하면 $a^\circ + b^\circ = 60^\circ$
 $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각의 합이 60° 이므로 그들의 중심각의 합은 120° 이다.
따라서 원의 둘레는 호의 길이에 비례하므로 $120^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{3}$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 35^\circ$, $\angle BQC = 25^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?

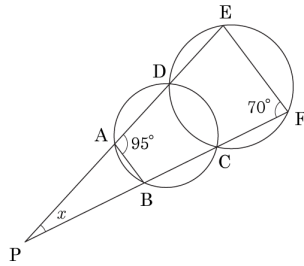


- ① 100° ② 110° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$
 $\angle ADQ = x + 35^\circ$ (삼각형의 외각)
 $\triangle QAD$ 에서 $x + 25^\circ + (x + 35^\circ) = 180^\circ$
 $\therefore x = 60^\circ$
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

11. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

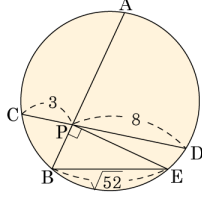


- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle DAB = \angle DCF = 95^\circ$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180^\circ - \angle DCF = 85^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{AP} = \overline{EP}$, $\angle BPE = 90^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

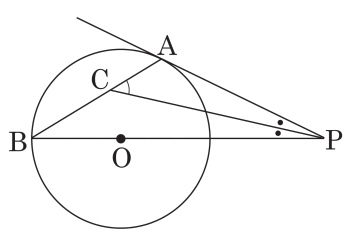


- ① 9 ② $5\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ 11

해설

$\overline{AP} = x$ $\overline{BP} = y$ 라 하면
 $xy = 24$ ($\because$ 원과 비례관계)
 $x^2 + y^2 = 52$ ($\because$ $\triangle PBE$ 피타고라스 정리)
 $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
 $(x + y)^2 = 52 + 48 = 100$
 $\therefore x + y = 10$

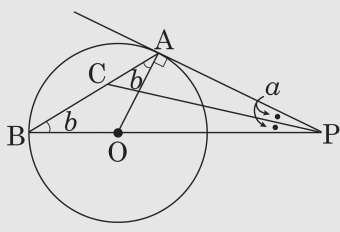
13. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면
 $\angle OAP = 90^\circ$



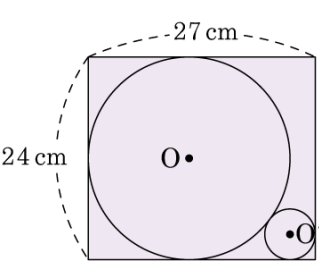
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$\therefore a + b = 45^\circ$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

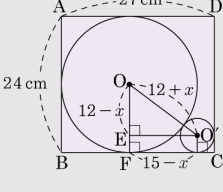
$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$

14. 다음 그림과 같이 가로와 길이가 27 cm, 세로의 길이가 24 cm 인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 작은 원의 반지름은?



- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

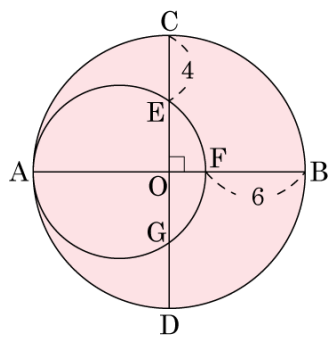
해설



큰 원의 반지름은 12 cm
 작은 원의 반지름을 x cm 라 하면
 $\overline{OO'} = 12 + x$, $\overline{OE} = 12 - x$, $\overline{O'E} = \overline{CF} - x = 15 - x$ 이므로
 $(12 + x)^2 = (12 - x)^2 + (15 - x)^2$
 $x = 3$

15. 다음 그림과 같이 두 원이 점 A에서 내접하고 있다. 점 O는 큰 원의 중심이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{CE} = 4$, $\overline{FB} = 6$ 일 때, 큰 원의 반지름의 길이는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8



해설

큰 원의 반지름 $\overline{AO} = r$ 라 하면
 $\overline{EO} = \overline{GO} = r - 4$, $\overline{FO} = r - 6$
 $r(r - 6) = (r - 4)^2$
 $r^2 - 6r = r^2 - 8r + 16$
 $\therefore r = 8$