

1. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

3. 60에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

4. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

① 12

② 18

③ 36

④ 42

⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

5. 우리 반 수학 선생님은 18일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

① 9일 후

② 45일 후

③ 54일 후

④ 124일 후

⑤ 162일 후

해설

18일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일마다 한 번씩 쪽지 시험을 친다고 하였으므로 18과 27의 최소공배수인 54일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

6. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 25

⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

7. $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, 180 의 공약수가 아닌 것은?

① 3

② 2^2

③ 6

④ 9

⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

8. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.

500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

9. 세 자연수 $A = 14 \times a$, $B = 21 \times a$, $C = 28 \times a$ 의 최대공약수가 35 일 때, 최소공배수를 구하면?

① 84

② 168

③ 252

④ 420

⑤ 840

해설

$A = 2 \times 7 \times a$, $B = 3 \times 7 \times a$, $C = 2^2 \times 7 \times a$ 이므로 최대공약수는 $7 \times a = 35$ 이고, $a = 5$ 이다.

따라서 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이다.

10. 3으로 나누면 2가 남고, 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남는 자연수 중에서 110에 가장 가까운 수를 구하면?

① 112

② 113

③ 114

④ 119

⑤ 120

해설

구하는 수를 n 이라 하면

$n = (3, 4, 5 \text{의 공배수}) - 1$ 이고

3, 4, 5의 최소공배수는 60이므로

3, 4, 5의 공배수는 60, 120, 180, ... 이다.

$\therefore n = 59, 119, 179, \dots$

$\therefore 110$ 에 가장 가까운 수는 119

11. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.

② 가장 작은 소수는 2 이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 두 소수의 곱은 소수이다.

⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.

㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

12. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

13. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

① 11

② 36

③ 72

④ 84

⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) A \quad B} \\ a \quad b \end{array}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$a = 10, b = 1$ 또는 $a = 5, b = 2$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

14. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 약수의 개수를 나타낸 다고 할 때,
 $P(1200) = P(3^5 \times 7^n)$ 에서 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 30$ (개)

$3^5 \times 7^n$ 의 약수의 개수는

$(5 + 1) \times (n + 1) = 6(n + 1)$ (개)

$6 \times (n + 1) = 30$ 이므로 $n + 1 = 5$ 이다.

$\therefore n = 4$

15. 지성이네 학교에선 가로, 세로의 길이가 각각 200 m, 150 m 인 운동장 둘레로, 학교 건물이 있는 한 쪽 세로 면을 제외한 나머지 세 면에 “ㄷ”자 형의 그물망을 설치하려고 한다. 기둥을 일정한 간격으로 설치해야 하고 그물망이 시작되는 지점과 끝나는 지점, 그리고 각 모서리에는 반드시 기둥이 설치되어야 한다. 기둥 하나당 설치비용이 50 만 원이라고 할 때, 비용을 최소한으로 하려면 총 비용이 얼마가 나오겠는가? (단, 기둥 설치 외의 비용은 무시한다)

① 500 만 원

② 550 만 원

③ 600 만 원

④ 650 만 원

⑤ 700 만 원

해설

비용을 최소로 하기 위해선 기둥을 가능한 한 적게 설치해야 한다.

기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$200 = x \times \square, 150 = x \times \Delta$$

x 는 200과 150 의 최대공약수

$$200 = 2^3 \times 5^2, 150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

$$\therefore x = 2 \times 5^2 = 50 \text{ (m)}$$

기둥 사이의 간격을 50 m 라 할 때

$$\text{가로 } 200 = 50 \text{ (m)} \times 4 \text{ (개)},$$

$$\text{세로 } 150 = 50 \text{ m} \times 3 \text{ (개)}$$

직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ”ㄷ”자 형으로 망을 설치할 때 필요한 최소의 기둥의 수는

$$\therefore (2 \times 4) + 3 + 1 = 12 \text{ (개)}$$

이때, 기둥 한 개의 설치비용이 50 만 원이므로

총 비용은 $12 \times 50 \text{ (만 원)} = 600 \text{ (만 원)}$ 이다.