1. 다항식 $2xy^2+x^2y-3x+x^3-1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2-3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항 : x^3-3x-1

2. 다항식 $2x^3+x^2-5x+3$을 x^2+x-1로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

직접 나누어 보면
$\therefore$몫 : $2x-1$, 나머지 : $-2x+2$
몫과 나머지의 합은 1

3. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

4. 등식 $3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$이 x에 대한 항등식이 될 때, $a-b+c$의 값은?

① 6 ② 5 ③ 3 ④ 1 ⑤ 0

해설

우변을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$ax^2-(2a-b)x+a-b+c=3x^2+2x+1$
계수를 비교하면
$a=3,\ 2a-b=-2,\ a-b+c=1$
$a=3,\ b=8,\ c=6$
$a-b+c=3-8+6=1$

해설

양변에 $x=0$을 대입하면 $1=a-b+c$

5. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

6. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$를 만족하는 실수 a, b에 대하여 $a+b$를 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(3+i)(a+bi) = 1-3i$

$(3a-b)+(a+3b)i = 1-3i$

$\therefore\ 3a-b=1,\quad a+3b=-3$

$\Rightarrow\quad a=0,\quad b=-1$

$\therefore\ a+b=-1$

7. $(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}i$ ② $4\sqrt{3}i$ ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2$
$=(4+4\sqrt{3}i+3i^2)+(4-4\sqrt{3}i+3i^2)$
$=1+4\sqrt{3}i+1-4\sqrt{3}i=2$

8. 복소수 $z = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ 에 대하여 z^2 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $z^2 = i$

해설

$z = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ 이므로 $z^2 = \dfrac{1+2i-1}{2} = i$

9. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$　② $k > 3,\ k < -1$　③ $k > 1,\ k < -1$
④ $k > 3,\ k < -2$　⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
$-x^2 + kx = x + 1,\ x^2 + (1-k)x + 1 = 0$ 에서
$D = (1-k)^2 - 4 > 0$
$k^2 - 2k - 3 = (k-3)(k+1) > 0$
$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

10. 다음 중 최솟값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = 3x^2 + 4$
② $y = 2(x+4)^2 - 5$
③ $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$
④ $y = -x^2 + 3$
⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

11. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a-b+c$ 의 값은?

$$x^2-2x+4=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$$

① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x=0$을 대입하면

$4=2a \quad \therefore\ a=2$

$x=1$을 대입하면

$3=-b \quad \therefore\ b=-3$

$x=2$을 대입하면

$4=2c \quad \therefore\ c=2$

$\therefore\ a-b+c=2-(-3)+2=7$

12. 등식 $3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3 ② -4 ③ 2 ④ 8 ⑤ 6

해설

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

$=(x-1)\{a(x-1)+b\}+c$

1	3	2		1	
		3		5	
1	3	5		6	← c
		3			
	3	8	← c		
	↑				
	a				

해설

$x=1$ 을 대입하면 $c=6$

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+6$

$\rightarrow 3x^2+2x-5=a(x-1)^2+b(x-1)$

$\rightarrow (x-1)(3x+5)=a(x-1)^2+b(x-1)$

→ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$3x+5=a(x-1)+b=ax-a+b$

$\therefore\ a=3,\ b=8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

13. $x^4+3x^2+4=(x^2+x+2)(x^2+ax+b)$일 때, 정수 a, b의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$(좌변)=(x^2+2)^2-x^2$

$=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

$\therefore a=-1,\ b=2$

$\therefore ab=-1\times 2=-2$

14. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 32 개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$\therefore \quad (3+1)(3+1) = 16$

15. 방정식 $|x|+|x-1|=2$의 해를 구하시오.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답: $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x<0$일 때,
$-x-(x-1)=2$이므로 $-2x+1=2$
$\therefore\ x=-\frac{1}{2}$

ii) $0\le x<1$일 때,
$x-(x-1)=2$이므로 $0\cdot x=1$
$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1\le x$일 때,
$x+x-1=2$이므로 $2x=3$
$\therefore\ x=\frac{3}{2}$

(i), (ii), (iii)에서 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

16. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+m+4=0$이 중근을 가질 때, 모든 실수 m의 값의 합을 구하면?

① -3　② 0　③ 2　④ 3　⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D=0$

$D=(m+1)^2-4\cdot1\cdot(m+4)=m^2-2m-15=0$

$(m-5)(m+3)=0 \quad \therefore\ m=-3,\ 5$

$\therefore$ m의 값의 합은 $-3+5=2$

17. x에 대한 이차방정식 $(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이 허근을 가질 때, $k>m$이다. m의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이
허근을 가지려면
$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k^2-1)<0$
$(k^2-2k+1)-(k^2-1)<0$
$-2k+2<0,\ k>1$
$\therefore\ m=1$

18. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면
$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$
$\therefore a = 1, \ b = -2$
$\therefore a - b = 3$

19. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1+2i$ 이면 다른 한 근은 $1-2i$ 이다.
(두 근의 합) $= (1+2i) + (1-2i) = -a$ ……㉠
(두 근의 곱) $= (1+2i)(1-2i) = b$ ……㉡
∴ ㉠, ㉡에서
$a = -2,\ b = 5$ 이다.

20. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3)=24$의 모든 실근의 합은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3)=24$를 전개하면

$x^3-6x^2+11x-30=0$

$x=5$를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

5	1	−6	11	−30
		5	−5	30
	1	−1	6	0

$(x-5)(x^2-x+6)=0$

$\therefore\ x=5$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{23}i}{2}$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.