

1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

3. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x - 1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

4. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$$

$$\text{최댓값 } m = 1$$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x + 3)^2$$

$$\text{최솟값 } n = 0$$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

5. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① 3 ② 7 ③ -2 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

(최댓값) $= (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$

(최솟값) $= -3$

6. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

7. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

8. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$$y = x^2 - 6x - 10 = (x - 3)^2 - 19$$

$x = 3$ 일 때, 최솟값은 -19 이다.

9. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

10. 이차함수 $y = -x^2 + ax$ 의 최댓값이 4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$y = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$x = \frac{a}{2}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$$\frac{a^2}{4} = 4, \quad a = \pm 4$$

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

11. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$ 인 이차함수 $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 의 최솟값이 -1 이다. 이 함수의 그래프가 점 $(1, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -1, b = -2$

② $a = 1, b = 2$

③ $a = -1, b = 2$

④ $a = 1, b = -2$

⑤ $a = -2, b = 2$

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^2 - 4ax + 4a + 3 \\ &= a(x-2)^2 + 3 \quad (0 \leq x \leq 3) \text{ 이므로} \\ x &= 0 \text{ 일 때 최솟값은 } -1 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

$$-1 = 4a + 3$$

$$\therefore a = -1$$

점 $(1, b)$ 를 지나므로

$$\therefore b = a + 3 = 2$$

12. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면
 $y = t^2 - 2t + 1 = (t - 1)^2 \cdots \textcircled{1}$
또, $t = (x - 1)^2 + 2$ 이므로
 $t \geq 2 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 의 범위에서 $\textcircled{1}$ 의 최솟값은
 $t = 2$ 일 때 1이다.

13. x, y 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$
 $= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3$
 $= -(x - 1)^2 - (y - 2)^2 + 8$
 x, y 는 실수이므로 $(x - 1)^2 \geq 0, (y - 2)^2 \geq 0$
따라서 $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은
 $x - 1 = 0, y - 2 = 0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

14. x, y, z 가 실수일 때, $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25$ 의 최솟값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25$
 $= (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 - 1$
이 때, x, y, z 가 실수이므로
 $(x + 1)^2 \geq 0, (y - 3)^2 \geq 0, (z - 4)^2 \geq 0$
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25 \geq -1$
따라서 $x = -1, y = 3, z = 4$ 일 때,
주어진 식의 최솟값은 -1 이다.

15. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 4x + y - 2 = 0$ 을 만족시킬 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 4x + (y^2 + y - 2) = 0$ 에서 x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = 4 - y^2 - y + 2 \geq 0$$

$$(y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 2$$

따라서 y 의 최댓값은 2, 최솟값은 -3 이다.

16. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서 $a + b = 30$ 이다.

17. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의 x 초 후의 지면으로 부터의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x + 15$ 인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

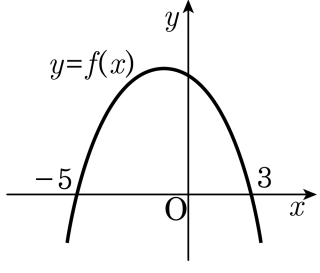
▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 95m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 95$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 95 를 갖는다.

18. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ ($a < 0$) 으로 놓으면

$$\begin{aligned} f\left(\frac{x-4}{2}\right) &= a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right) \\ &= \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

19. 이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자. $PQ = 10$ 일 때, 상수 a 의 값은?

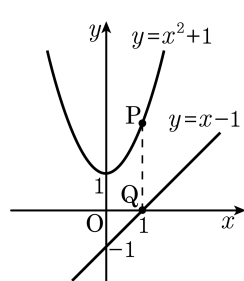
① 16 ② 20 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

해설

이차함수 $y = (x - 5)^2 + 1$ 의 그래프는
직선 $x = 5$ 에 대하여 대칭이고
 $PQ = 10$ 이므로 두 점 P, Q 의 x 좌표는
각각 0, 10 이다.
따라서 점 P (또는 Q) 의 y 좌표를 구하면
 $(0 - 5)^2 + 1 = 26$ 이므로
 $\therefore a = 26$

20. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에
평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는
점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
 $(t, t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

21. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28 - x$ 라 두면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 14x \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x + 196 - 196) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 196 \end{aligned}$$

따라서 밑변은 14 , 높이는 14이다.

22. 둘레의 길이가 32 cm인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

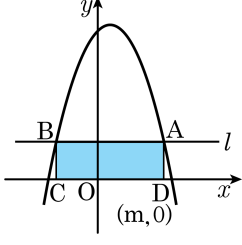
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm² 라 하면,
 $y = x(16 - x)$
 $= -x^2 + 16x$
 $= -(x^2 - 16x)$
 $= -(x - 8)^2 + 64$
따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.

23. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ① $\frac{11}{2}$
- ② $\frac{31}{4}$
- ③ 10
- ④ $\frac{49}{4}$
- ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2 + m + 6$

(□ABCD둘레의 길이)

$$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$$

$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

24. 어떤 수공업 업체가 만든 수공업품의 원가는 15000 원이다. 시장 조사를 하더니 정가를 25000 원으로 하면 하루에 200 개를 팔 수 있고, 500원씩 정가를 내릴 때마다 20개씩 더 팔 수 있다고 한다. 최대 이윤을 얻으려면 정가를 얼마로 해야 하는가?
- ① 22500 원 ② 23000 원 ③ 23500 원
④ 24000 원 ⑤ 24500 원

해설

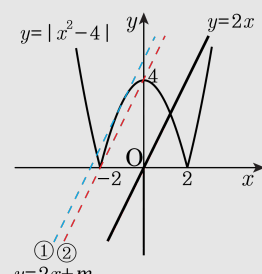
한 개의 이윤을 x 원이라 하면
팔리는 제품의 개수는
$$200 + \frac{10000 - x}{500} \times 20 = 600 - \frac{x}{25}$$
총 이윤을 p 라 하면
$$\begin{aligned} p &= x \left(600 - \frac{x}{25} \right) = -\frac{x^2}{25} + 600x \\ &= -\frac{1}{25}(x^2 - 15000x) \\ &= -\frac{1}{25}(x - 7500)^2 + 2250000 \end{aligned}$$
따라서 한 개의 이윤이 7500 원일 때,
최대 이윤을 얻을 수 있으므로 정가는
 $15000 + 7500 = 22500$ (원)

25. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 4| = 2x + m$ 이 서로 다른 4개의 실근을 가질 때, 실수 m 의 값 또는 m 의 값의 범위는?

- ① $-4 < m < 4$ ② $m = -4$
 ③ $m = 4$ 또는 $m = 5$ ④ $4 < m < 5$
 ⑤ $m > 5$

해설

$y = |x^2 - 4|$ 와 $y = 2x + m$ 을 그래프로 나타내면



서로 다른 4개의 실근을 가지는 경우는 ①, ②번 그래프와 같다.

① $-x^2 + 4 = y$ 와 $2x + m = y$ 이 접하는 경우

$$-x^2 + 4 = 2x + m$$

$$x^2 + 2x + m - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - m + 4 = 0$$

$$\therefore m = 5$$

② $y = 2x + m$ 이 $(-2, 0)$ 을 지나는 경우

$$0 = -4 + m$$

$$\therefore m = 4$$

구하는 식은 ①, ②번 그래프 사이이므로

$$\therefore 4 < m < 5$$