1. 세 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$

③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

④ $ac > bc$ 이면 $a > b,\ c > 0$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leqq ab + bc + ca$

해설

① $a > 0 > b$인 경우에서 $|b| > |a|$라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$의 결과가 나온다.

② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.

④ $a > b, c > 0$이면 $ac > bc$일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$이면$a < b, c < 0$인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.

⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \leqq 0$

$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \leqq 0$

$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \leq 0$ 위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가

$a - b = 0,\ b - c = 0,\ c - a = 0$을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

2. $3x+y=1$이고 $1 \le x \le 5$일 때, y의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x=\dfrac{1-y}{3}$이므로 $1 \le x \le 5$에 대입하면

$1 \le \dfrac{1-y}{3} \le 5,\ 3 \le 1-y \le 15$

$2 \le -y \le 14$

$\therefore -14 \le y \le -2$

따라서 y의 최댓값은 -2, 최솟값은 -14이므로 합은 -16

3. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

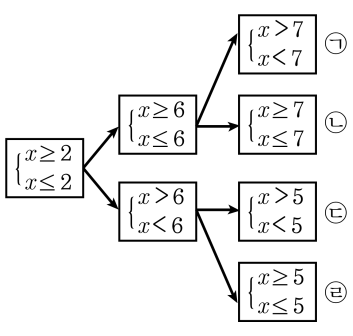
$\begin{cases} 2x-3<7 \cdots ㉠ \\ 5x+4 \geq x \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ 에서 $2x<10$, $x<5$

㉡ 에서 $4x \geq -4$, $x \geq -1$

$\therefore \ -1 \leq x < 5$

4. 다음은 해가 각각 다른 연립부등식이다. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 개수를 가지는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 는 해가 한 개이므로 한 개 있는

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 쪽으로 간다.

같은 방법으로 $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 7 \end{cases}$ 쪽으로 가게 된다.

그러므로 도착하는 곳은 ㉡ 이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$\therefore\ a \leq 5$

a 의 최댓값은 5 이다.

6. x에 대한 부등식 $x+2 \le ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x+2 \le ax+3$에서 $(1-a)x \le 1$이 부등식의 해가 모든 실수이고 우변이 양수이므로 x의 계수는 0이어야 한다.

$1-a=0$

$\therefore a=1$

7. x에 대한 부등식 $(a+b)x+a-2b>0$의 해가 $x<1$일 때, x에 대한 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$의 해는?

① $x<-10$　② $x<-5$　③ $x>-5$

④ $x<5$　⑤ $x>5$

해설

$(a+b)x+a-2b>0$에서 $(a+b)x>-a+2b\cdots$㉠

㉠의 해가 $x<1$이려면 $a+b<0\cdots$㉡

㉠이 양변을 $a+b$로 나누면 $x<\dfrac{-a+2b}{a+b}$이므로

$\dfrac{-a+2b}{a+b}=1,\ -a+2b=a+b$

$\therefore 2a=b\cdots$㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $a+2a=3a<0\ \therefore a<0$

㉢을 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$에 대입하면

$(2a-3a)x+a+4a>0,\ -ax>-5a\ \therefore x>5$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+2 \le 8 \\ -2x+3 < 7 \end{cases}$ 을 만족시키는 자연수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\begin{cases} 3x+2 \le 8 \\ -2x+3 < 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x > -2 \end{cases}$

$\therefore -2 < x \le 2$

따라서 자연수인 x는 1, 2의 2개이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-1) \geq 2+4(2x-5) \\ 2(3-2x) < -x+10 \end{cases}$ 을 만족하는 양의 정수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

i) $3(x-1) \geq 2+4(2x-5) \Rightarrow x \leq 3$

ii) $2(3-2x) < -x+10 \Rightarrow x > -\frac{4}{3}$

연립부등식의 해는 $-\frac{4}{3} < x \leq 3$ 이므로, 이를 만족하는 양의 정수 x 의 개수는 1, 2, 3 의 3 개이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+4<-2x+7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2 개일 때, a 의 값의 범위는?

① $-1 \leq a < 0$ ② $-1 < a \leq 0$ ③ $-2 \leq a < -1$

④ $-2 < a \leq -1$ ⑤ $-3 < a \leq -2$

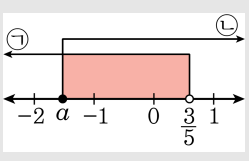
해설

$3x+4<-2x+7$ 에서

$x < \frac{3}{5}$ $\cdots$ ㉠

$x \geq a$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$\therefore -2 < a \leq -1$

11. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 15

▷ 정답: 17

▷ 정답: 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$

$45 < 3x < 55$

$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$

$\therefore\ x = 16,\ 17,\ 18$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

12. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9-x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$2800 \le 200(9-x)+500x \le 3600$

$$\begin{cases} 2800 \le 200(9-x)+500x \\ 200(9-x)+500x \le 3600 \end{cases}$$

$\therefore \frac{10}{3} \le x \le 6$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

13. 부등식 $2|x+2|+|x-1| \le 6$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

(i) $x \ge 1$일 때

$2x+4+x-1-6 = 3x-3 \le 0,\ x \le 1$

$\therefore x = 1 \cdots$ ㉠

(ii) $-2 \le x < 1$일 때

$2x+4+1-x-6 = x-1 \le 0$에서 $x \le 1$

$\therefore -2 \le x < 1 \cdots$ ㉡

(iii) $x < -2$일 때

$-2x-4-x+1-6 = -3x-9 \le 0$

$3x \ge -9,\ \ x \ge -3$

$\therefore -3 \le x < -2 \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-3 \le x \le 1$

따라서 만족하는 정수 x의 개수는 5개

14. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1,\ \dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

15. $abc < 0$, $\dfrac{a-b}{c} > 0$인 세 실수 a, b, c에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $c > 0$이면 $a > b$이다.
② $a > 0$이면 $c < 0$이다.
③ $a > b$이면 $b < 0$이다.
④ $a > b$이면 $a > 0$이다.
⑤ $a < b$이면 $ab > 0$이다.

해설

① $c > 0$이면, $\dfrac{a-b}{c} > 0$에서 $a - b > 0$ 즉, $a > b$

② $a > 0$이면, $b < 0$, $c > 0$일 때도 두 부등식이 성립하므로 $c < 0$라고 말할 수 없다.

③, ④ $a > b$이면, $\dfrac{a-b}{c} > 0$에서 $c > 0$이므로 $ab < 0$이다.

따라서, $a > b$, $ab < 0$에서 $a > 0$, $b < 0$이다.

⑤ $a < b$이면, $\dfrac{a-b}{c} > 0$에서 $c < 0$이다.

따라서, $ab > 0$

16. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c는 실수이다)

보기

㉠ $a > b$이면 $ac > bc$

㉡ $a > b$이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$

㉢ $a > b$이면 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$

㉣ $a > b$이면 $a^2 > b^2$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢

④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

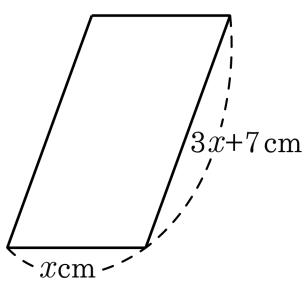
㉠의 반례 : $a > b$이고 $c = 0$인 모든 실수 (거짓)

㉡. $a > b$이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ (참)

㉢의 반례 : $a > b$이고 $c = 0$인 모든 실수 (거짓)

㉣. $a > b$이고 $|a| < |b|$인 모든 실수 (거짓)

17. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x+2(3x+7)$ 임으로, $120 < 8x+14 \le 150$ 이다.
$120 < 8x + 14 \le 150$ 를 연립부등식으로 나타내면
$\begin{cases} 120 < 8x+14 \\ 8x+14 \le 150 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases} x > \frac{106}{8} \\ x \le \frac{136}{8} \end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4} < x \le 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는 $\frac{53}{4} < x \le 17$ 이다. $\frac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

18. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$5(x-5)+1 \le 4x+9 \le 5(x-5)+5$

$5x-24 \le 4x+9 \le 5x-20$

$x \le 33,\ x \ge 29$

$\therefore\ 29 \le x \le 33$

19. 규진이는 지금까지 본 세 번의 수학시험에서 각각 92 점, 83 점, 89 점을 받았다. 네 번까지 치른 시험점수의 평균이 85 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 네 번째 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하여라. (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 76 점

해설

$$85 \le \frac{92+83+89+x}{4} \le 91$$

$$85 \times 4 \le 92+83+89+x \le 91 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 340 \le 264+x \\ 264+x \le 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x \le 264-340 \\ 264+x \le 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \ge 76 \\ x \le 100 \end{cases}$$

$$\therefore\ 76 \le x \le 100$$

20. 부등식 $2|x-3| \le x$를 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

(ⅰ) $x < 3$일 때

$2(-x+3) \le x,\ -3x \le -6 \quad \therefore x \ge 2$

그런데 $x < 3$이므로 $2 \le x < 3$

(ⅱ) $x \ge 3$일 때

$2(x-3) \le x \quad \therefore x \le 6$

그런데 $x \ge 3$이므로 $3 \le x \le 6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $2 \le x \le 6$

$\therefore$ 정수의 개수는 $6-2+1=5$(개)

21. 연립부등식 $\begin{cases} 1.2x-2 \le 0.8x+3.2 \\ 3-\dfrac{x-2}{4} < \dfrac{2x-3}{2} \\ 0.\dot{9}x \le 6 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \le b$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -9 ② -5 ③ -2 ④ 2 ⑤ 9

해설

i) $1.2x-2 \le 0.8x+3.2$,
$0.4x \le 5.2$, $x \le 13$

ii) $3-\dfrac{x-2}{4} < \dfrac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면 $12-(x-2) < 2(2x-3)$, $x > 4$

iii) $0.\dot{9}x \le 6$

$\dfrac{9}{9}x \le 6$

$x \le 6$

$\therefore\ 4 < x \le 6$

22. $x+3y=5$, $4y+3z=6$ 일 때, 부등식 $x<3y<5z$ 를 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{5}{6}<x<\frac{10}{9}$ ② $\frac{30}{29}<x<\frac{5}{3}$ ③ $\frac{55}{29}<x<\frac{5}{2}$
④ $\frac{5}{2}<x<\frac{90}{29}$ ⑤ $-\frac{90}{29}<x<-\frac{5}{2}$

해설

$x+3y=5$를 y에 관하여 풀면

$y=\frac{5-x}{3}$

$4y+3z=6$을 z에 관하여 풀면

$z=\frac{6-4y}{3}=2-\frac{4}{3}y$

$y=\frac{5-x}{3}$을 대입하면

$z=2-\frac{4}{3}\times\frac{5-x}{3}=2-\frac{20-4x}{9}=\frac{4x-2}{9}$

$y=\frac{5-x}{3}$, $z=\frac{4x-2}{9}$를 부등식에 대입하면

$x<5-x<5\times\frac{4x-2}{9}$

$x<5-x$, $2x<5$

$x<\frac{5}{2}$ $\cdots$㉠

$5-x<\frac{5(4x-2)}{9}$, $45-9x<20x-10$,

$\frac{55}{29}<x$ $\cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{55}{29}<x<\frac{5}{2}$

23. 연립부등식 $x < -\frac{3x-a}{4} < \frac{1}{2}$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{7}$

해설

(ⅰ) $x < -\frac{3x-a}{4}$, $4x < -3x + a$

$\therefore\ x < \frac{a}{7}$

(ⅱ) $-\frac{3x-a}{4} < \frac{1}{2}$, $-3x < 2 - a$

$\therefore\ x > \frac{a-2}{3}$

$\therefore\ \frac{a-2}{3} < x < \frac{a}{7}$

$\frac{a-2}{3} = -\frac{1}{3}$, $a = 1$

$\frac{a}{7} = b$, $b = \frac{1}{7}$

$\therefore\ ab = 1 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$

24. 일의 자리 숫자가 십의 자리 숫자보다 5 만큼 큰 두 자리 자연수가 있다. 이 자연수가 27 보다 크고 38 이하라고 한다. 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

십의 자리 숫자를 a 라 하면 일의 자리 숫자는 $a+5$ 이다.
즉 두 자리 자연수는 $10a+(a+5)=11a+5$ 이다.

$$27 < 11a+5 \leq 38$$

$$22 < 11a \leq 33$$

$$2 < a \leq 3$$

a 는 자연수이므로 3 이다. 따라서 두 자리 자연수는 38 이다.

25. 8% 의 소금물 200 g 이 있다. 여기에 x g 의 소금을 섞어서 10% 이상 20% 미만의 농도를 만들려고 한다. x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{40}{9} \le x < 30$

해설

8% 의 소금물 200 g 의 소금의 양은

$\frac{8}{100} \times 200 = 16\,(\mathrm{g})$ 이다.

따라서 소금 x g 을 추가하였을 때의 농도를 나타내면 $\frac{16+x}{200+x} \times 100$ 이다.

이 값이 10% 이상 20% 미만이므로,

$10 \le \frac{16+x}{200+x} \times 100 < 20$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 10 \le \frac{16+x}{200+x} \times 100 \\ \frac{16+x}{200+x} \times 100 < 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \ge \frac{40}{9} \\ x < 34 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{40}{9} \le x < 30$ 이다.