

1. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+2, y+1)$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(-1, 1)$

② $(2, 1)$

③ $(2, 4)$

④ $(3, 3)$

⑤ $(3, 4)$

해설

$$f(x, y) \rightarrow (x+2, y+1)$$

$$f : (1, 2) \rightarrow (3, 3)$$

2. 직선 $y = 2x + 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선의 y 절편은?

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선 $y = 2x + 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면

$$y + 1 = 2(x - 2) + 1,$$

$$y = 2x - 4$$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 -4 이다.

3. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축의 방향으로 p , y 축의 방향으로 $-2p$ 만큼 평행이동하였더니 직선 $y = 2x - 5$ 와 일치하였다. 이때, 상수 p 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선을 x 축으로 p , y 축으로 $-2p$ 만큼 평행이동하면,
 $\Rightarrow y + 2p = 2(x - p) + 3$
 $\Rightarrow y = 2x - 4p + 3$
 $\Rightarrow -4p + 3 = -5$
 $\therefore p = 2$

4. 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시켜 얻어진 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 4$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$

④ $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

해설

x 축에 대하여 대칭이동시켰으므로
주어진 방정식에 y 대신 $-y$ 를 대입하면
 $(x+2)^2 + (-y-1)^2 = 4$
 $\therefore (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

5. 좌표평면 위의 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 A' 을 다시 원점에 대하여 대칭이동한 점을 A'' 이라고 할 때, 점 A'' 은 점 A 를 어떻게 이동한 것과 같은가?
- ① 원점에 대한 대칭이동
 - ② x 축에 대한 대칭이동
 - ③ y 축에 대한 대칭이동
 - ④ 직선 $y = x$ 에 대한 대칭이동
 - ⑤ 직선 $y = -x$ 에 대한 대칭이동

해설

점 A 를 (x, y) 라 하면,
A' 는 (y, x) , A'' 는 $(-y, -x)$ 라 할 수 있다.
따라서 점 A'' 은 점 A 를
직선 $y = -x$ 에 대해 대칭이동시킨 것과 같다.

6. 점 P를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(3, -5)$ 라 할 때, 점 P의 좌표는?

- ① $(0, -3)$ ② $(-3, 0)$ ③ $(6, -7)$
④ $(-7, 6)$ ⑤ $(-6, 7)$

해설

$P(a, b)$ 를 조건에 의하여 이동하면 $(a + 3, b - 2) = (3, -5)$
따라서 $a = 0, b = -3$

7. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

8. 점 $(3, 4)$ 를 y 축, x 축, 원점에 대하여 대칭이동하는 것을 순서에 관계 없이 임의로 반복할 때, 좌표평면 위에 나타나지 않는 점은?

① $(3, -4)$

② $(-3, 4)$

③ $(-3, -4)$

④ $(4, 3)$

⑤ $(3, 4)$

해설

x 축대칭은 y 의 부호를 반대로, y 축대칭은 x 의 부호를 반대로, 원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

9. 직선 $x-2y+4=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은?

- ① $x+2y+4=0$ ② $x+2y-4=0$ ③ $x-2y-4=0$
④ $2x-y+4=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

10. 원 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은?

① $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ② $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$

③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ④ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$

⑤ $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

11. 점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시켰다. 이것을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동시킨 후 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(1, 2)$ 가 되었다. $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여
대칭이동하면 $(-1, -2)$
이것을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(1, -2)$
이것을 다시 x 축으로 a ,
 y 축으로 b 만큼 평행이동하면
 $(1 + a, -2 + b)$
원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1 - a, 2 - b)$
이것이 점 $(1, 2)$ 가 되려면 $a = -2, b = 0$
 $\therefore a + b = -2$

12. 포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① $(-1, 2)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(-1, 1)$
④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 1)$

해설

포물선 $y = -x^2 - 2x$ 의 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을
 x 축에 대하여 대칭이동한 후
 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로
꼭짓점은 $(-1, 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (-1, 2)$ 로 이동한다.

13. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = 1$
- ② $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$
- ③ $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$
- ④ $x^2 + (y + 2)^2 = 1$
- ⑤ $(x - 2)^2 + y^2 = 1$

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서
 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $\textcircled{㉠}$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면
 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
 $x^2 + (y - 1)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
 $x^2 + (y + 2)^2 = 1$

14. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

15. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 직선 $y = x + 3$ 과 접하게 될 때, 양수 m 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{2} + 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} - 1$

⑤ $2\sqrt{2} - 1$

해설

$x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼,

y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$$(x - m)^2 + (y - 2)^2 = 1 \dots\dots\textcircled{1}$$

①이 직선 $x - y + 3 = 0$ 과 접하므로

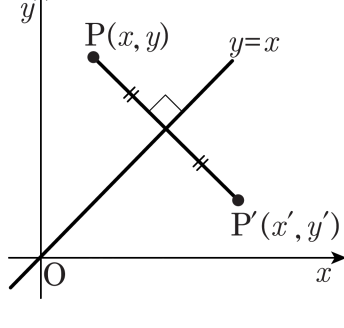
점 $(m, 2)$ 와 직선 $x - y + 3 = 0$ 사이의 거리가 1 이다.

$$\frac{|m - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 1$$

이것을 풀면 $m = -1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore m = -1 + \sqrt{2}$ ($\because m > 0$)

16. 다음은 점 $P(x, y)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P' 의 좌표를 구하는 과정이다. 이 때, (가) ~ (라)에 알맞지 않은 것은?



점 $P(x, y)$ 를
 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 $P'(x', y')$ 이라고 하면
 선분 PP' 의 중점
 $M\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$ 은
 직선 (가) 위에 있으므로
 $\frac{y+y'}{2} = (\text{나}) \dots\dots \text{㉠}$
 또한, 직선 PP' 은 직선 $y = x$ 와 수직이므로
 $1 \times (\text{다}) = -1 \leftarrow$ (수직인 두 직선의 기울기의 곱이 -1)
 이것을 정리하면
 $x' + y' = (\text{라}) \dots\dots \text{㉡}$
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x' = y, y' = x$
 따라서, 구하는 점 P' 의 좌표는 (마) 이다.

- ① (가) : $y = x$ ② (나) : $\frac{x+x'}{2}$ ③ (다) : $\frac{y'-y}{x'-x}$
 ④ (라) : $x + y$ ⑤ (마) : (x, y)

해설

구하는 점 P' 의 좌표는 (y, x) 이다.

17. 좌표평면 위의 점 $(1, 5)$ 을 $y = x + 3$ 에 대하여 대칭이동 시킨 점의 좌표를 구하면?

① $(-1, 2)$

② $(2, 1)$

③ $(2, 3)$

④ $(2, 4)$

⑤ $(3, 5)$

해설

1) 점 $(1, 5)$ 와 대칭이동된 점

(X, Y) 을 이은 선분은 $y = x + 3$ 에 수직한다.

$$\Rightarrow \frac{Y-5}{X-1} = -1 \Rightarrow X+Y-6=0$$

2) $(1, 5)$ 와 (X, Y) 의 중점은

$y = x + 3$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{Y+5}{2} = \frac{X+1}{2} + 3$$

$$\Rightarrow X-Y+2=0$$

$\therefore$ 연립하면 $X=2, Y=4$

18. 점 A(2, 3) 을 직선 $y = x - 1$ 에 의해 대칭 이동한 점의 좌표는?

① (3, -2)

② (3, 2)

③ (1, 4)

④ (4, 2)

⑤ (4, 1)

해설

대칭이동 된 점의 좌표를 $A' = (X, Y)$ 라 하면,
 $\overline{AA'}$ 은 $y = x - 1$ 에 수직하고 AA' 의 중점은 $y = x - 1$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{Y-3}{X-2} = -1, \frac{Y+3}{2} = \frac{X+2}{2} - 1$$

두 식을 연립하면, $X = 4, Y = 1$

$\therefore A' = (4, 1)$

19. 좌표평면에서 점 A(5, 3)을 직선 $x + y - 3 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는?

- ① (3, 1) ② (2, -1) ③ (0, -2)
④ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ⑤ (-1, 3)

해설

구하고자 하는 점의 좌표를 A' (a, b) 라 할 때,

두 점의 중점 $\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$ 는

직선 $x + y - 3 = 0$ 위에 있으므로

대입하여 정리하면 $a + b = -2 \dots\dots ㉠$

점 A 와 A' 를 지나는 직선과 직선

$x + y - 3 = 0$ 은 직교하므로

$\frac{b-3}{a-5} \times (-1) = -1$ 에서 $a - b = 2 \dots\dots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a = 0, b = -2$ 이므로 (0, -2) 가 된다.

20. 다음 중 원 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = 2$ ② $x^2 + y^2 = 3$
③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ④ $(x + 1)^2 + y^2 = 5$
⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ 에서 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 2$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 ①이다.

21. 직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은 네 점 P(1, 3), Q(3, 0), R(5, 3), S(3, 6)을 꼭짓점으로 하는 마름모 PQRS의 넓이를 이등분한다. 이 때, a, b 사이의 관계식은?
- ① $a + b + 1 = 0$

② $2a - 3b + 3 = 0$

③ $3a - b + 3 = 0$

④ $2a - 2b + 1 = 0$

⑤ $3a - 2b + 3 = 0$

해설

직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을
 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은
 $y - b = \frac{3}{2}(x - a) - 3 \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 이 마름모 PQRS의 넓이를
이등분하려면 대각선
 $\overline{PR}$ 와 $\overline{QS}$ 의 교점인 $\overline{PR}$ 의 중점을 지나야 한다.
이 때, $\overline{PR}$ 의 중점을 M이라 하면 M의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{3+3}{2}\right) =$
(3, 3)
직선 $\textcircled{1}$ 이 점 (3, 3)을 지나므로
 $3 - b = \frac{3}{2}(3 - a) - 3, 6 - 2b = 3(3 - a) - 6$
 $\therefore 3a - 2b + 3 = 0$

22. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - 4, y + 1)$ 에 의하여 옮긴 후 다시 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 10 ② 5 ③ 0 ④ -5 ⑤ -10

해설

원의 중심을 이동시키면 된다

$$(0, 0) \xrightarrow{f} (-4, 1) \xrightarrow{y=-3\text{대칭}} (-4, -7)$$

$$\therefore \text{이동된 원의 방정식} : (x + 4)^2 + (y + 7)^2 = 1$$

$$\Rightarrow a + b + r = -10$$

23. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

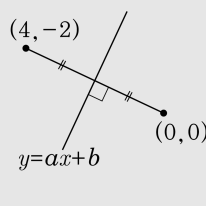
$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0$ (x 축 대칭이동)
 $\Rightarrow y - 2x - 3 = 0$ ($y = x$ 대칭이동)
원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.
따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.
 $\therefore a - 2 - 3 = 0 \quad \therefore a = 5$

24. 원 $x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭 이동하면 원 $x^2 + y^2 = c$ 가 된다고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

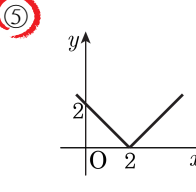
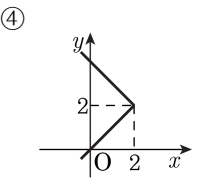
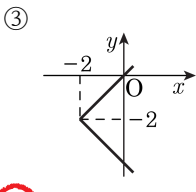
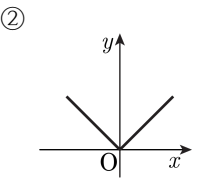
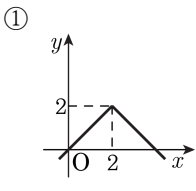
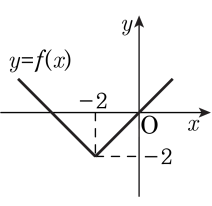
- ① -15 ② -13 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$
 $y = ax + b$ 와 $(4, 2)$ $(0, 0)$
선분은 서로 수직하므로
 $\frac{-2-0}{4-0} \times a = -1$
 $\therefore a = 2$
 $y = ax + b$ 는 $(4, -2)$ 와 $(0, 0)$ 의 중점을 지나므로
 $\left(\frac{4+0}{2}, \frac{-2+0}{2}\right) = (2, -1)$
 $-1 = 2a + b$
 $\therefore b = -5$ ($\because a = 2$)
원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로
 $\therefore c = 20$
 $\therefore a + b + c = 2 - 5 + 20 = 17$



25. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.