**1.** 평행이동 $f : (x, y) \to (x+2,\ y+1)$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(-1,\ 1)$ ② $(2,\ 1)$ ③ $(2,\ 4)$

④ $(3,\ 3)$ ⑤ $(3,\ 4)$

해설

$f(x, y) \to (x+2,\ y+1)$

$f : (1,\ 2) \to (3,\ 3)$

**2.** 직선 $y = 2x + 1$ 을 $x$ 축의 방향으로 2 만큼, $y$ 축의 방향으로 $-1$ 만큼 평행이동한 직선의 $y$ 절편은?

① $-4$ ② $-2$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선 $y = 2x + 1$ 을 $x$ 축의 방향으로 2 만큼, $y$ 축의 방향으로 $-1$ 만큼 평행이동하면

$y + 1 = 2(x - 2) + 1$ ,

$y = 2x - 4$

따라서 구하는 직선의 $y$ 절편은 $-4$ 이다.

**3.** 직선 $y = 2x + 3$ 을 $x$ 축의 방향으로 $p$ , $y$ 축의 방향으로 $-2p$ 만큼 평행이동하였더니 직선 $y = 2x - 5$ 와 일치하였다. 이때, 상수 $p$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선을 $x$ 축으로 $p$ , $y$ 축으로 $-2p$ 만큼 평행이동하면,

$\Rightarrow \quad y + 2p = 2(x - p) + 3$

$\Rightarrow \quad y = 2x - 4p + 3$

$\Rightarrow \quad -4p + 3 = -5$

$\therefore \ p = 2$

**4.** 원 $(x+2)^2+(y-1)^2=4$ 를 $x$ 축에 대하여 대칭이동시켜 얻어진 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=4$

② $(x-2)^2+(y-1)^2=4$

③ $(x+2)^2+(y-1)^2=4$

④ $(x+2)^2+(y+1)^2=4$

⑤ $(x-2)^2+(y+1)^2=4$

해설

$x$ 축에 대하여 대칭이동시켰으므로
주어진 방정식에 $y$ 대신 $-y$ 를 대입하면
$(x+2)^2+(-y-1)^2=4$
$\therefore (x+2)^2+(y+1)^2=4$

**5.** 좌표평면 위의 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A′ , 점 A′ 을 다시 원점에 대하여 대칭이동한 점을 A″ 이라고 할 때, 점 A″ 은 점 A 를 어떻게 이동한 것과 같은가?

① 원점에 대한 대칭이동

② $x$ 축에 대한 대칭이동

③ $y$ 축에 대한 대칭이동

④ 직선 $y = x$ 에 대한 대칭이동

⑤ 직선 $y = -x$ 에 대한 대칭이동

해설

점 A 를 $(x, y)$ 라 하면,
A′ 는 $(y,\ x)$, A″ 는 $(-y, -x)$ 라 할 수 있다.
따라서 점 A″ 은 점 A 를
직선 $y = -x$ 에 대해 대칭이동시킨 것과 같다.

**6.** 점 P를 $x$축의 방향으로 3만큼, $y$축의 방향으로 $-2$만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(3,\ -5)$라 할 때, 점 P의 좌표는?

① $(0,\ -3)$ ② $(-3,\ 0)$ ③ $(6,\ -7)$

④ $(-7,\ 6)$ ⑤ $(-6,\ 7)$

해설

$P(a,\ b)$를 조건에 의하여 이동하면 $(a+3,\ b-2)=(3,\ -5)$

따라서 $a=0,\ b=-3$

**7.** 직선 $3x+y-5=0$을 $x$축 방향으로 1만큼, $y$축 방향으로 $n$만큼 평행이동하면 직선 $3x+y-1=0$이 된다. 이 때, $n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-7$

해설

$x$축 방향으로 1, $y$축 방향으로 $n$만큼 평행이동하므로
직선 $3x+y-5=0$에 $x$ 대신 $x-1$, $y$ 대신 $y-n$을 대입하면
$3(x-1)+(y-n)-5=0$
$3x+y-n-8=0$ ····· ㉠
㉠이 $3x+y-1=0$과 일치하므로 $-n-8=-1 \therefore\ n=-7$

**8.** 점 $(3, 4)$를 $y$축, $x$축, 원점에 대하여 대칭이동하는 것을 순서에 관계없이 임의로 반복할 때, 좌표평면 위에 나타나지 않는 점은?

① $(3, -4)$ ② $(-3, 4)$ ③ $(-3, -4)$

④ $(4, 3)$ ⑤ $(3, 4)$

해설

$x$축대칭은 $y$의 부호를 반대로, $y$축대칭은 $x$의 부호를 반대로, 원점대칭은 $x$, $y$부호를 각각 반대로 해주면 된다.

**9.** 직선 $x-2y+4=0$을 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은?

① $x+2y+4=0$ ② $x+2y-4=0$ ③ $x-2y-4=0$

④ $2x-y+4=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

원점대칭은 $x$, $y$부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \to -x$, $y \to -y$를 대입한다.

**10.** 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=4$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은?

① $(x-2)^2+(y+3)^2=4$

② $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

③ $(x+2)^2+(y+3)^2=4$

④ $(x-2)^2+(y-3)^2=4$

⑤ $(x+3)^2+(y-2)^2=4$

해설

원점대칭은 $x$ , $y$ 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \to -x$ , $y \to -y$를 대입한다.

**11.** 점 $(-1, 2)$ 를 $x$ 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 $y$ 축에 대하여 대칭이동시켰다. 이것을 $x$ 축으로 $a$, $y$ 축으로 $b$ 만큼 평행이동시킨 후 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(1, 2)$ 가 되었다. $a + b$ 의 값은?

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $0$ ⑤ $1$

해설

점$(-1,\ 2)$ 를 $x$ 축에 대하여
대칭이동하면 $(-1, -2)$
이것을 $y$ 축에 대하여 대칭이동하면 $(1, -2)$
이것을 다시 $x$ 축으로 $a$,
$y$ 축으로 $b$ 만큼 평행이동하면
$(1 + a,\ -2 + b)$
원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1 - a,\ 2 - b)$
이것이 점 $(1, 2)$ 가 되려면 $a = -2,\ b = 0$
$\therefore a + b = -2$

**12.** 포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을 $x$ 축에 대하여 대칭이동한 후 $y$ 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1,\ 2)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(-1,\ 1)$

④ $(1,\ 2)$ ⑤ $(1,\ 1)$

해설

포물선 $y = -x^2 - 2x$ 의 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을
$x$ 축에 대하여 대칭이동한 후
$y$ 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로
꼭짓점은 $(-1,\ 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (-1,\ 2)$ 로 이동한다.

**13.** 원 $x^2+y^2-4x-2y+4=0$ 을 $y$ 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $x$ 축의 방향으로 2 만큼, $y$ 축의 방향으로 $-3$ 만큼 평행이동한 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=1$
② $(x-2)^2+(y+1)^2=1$
③ $(x+2)^2+(y-1)^2=1$
④ $x^2+(y+2)^2=1$
⑤ $(x-2)^2+y^2=1$

해설

$x^2+y^2-4x-2y+4=0$ 에서
$(x-2)^2+(y-1)^2=1 \cdots\cdots$ ㉠
㉠을 $y$ 축에 대하여 대칭이동하면
$(x+2)^2+(y-1)^2=1 \cdots\cdots$ ㉡
㉡을 $x$ 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
$x^2+(y-1)^2=1 \cdots\cdots$ ㉢
㉢을 $y$ 축의 방향으로 $-3$ 만큼 평행이동하면
$x^2+(y+2)^2=1$

**14.** 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3,\ 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $0$ ⑤ $1$

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$

$-3x + 2y + 18 = 0$

따라서, $a = -3$ , $b = 2$

$\therefore\ a + b = -1$

**15.** 원 $x^2+y^2=1$ 을 $x$ 축의 방향으로 $m$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 직선 $y=x+3$ 과 접하게 될 때, 양수 $m$ 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{2}+1$ ② $\sqrt{2}+1$ ③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2}-1$ ⑤ $2\sqrt{2}-1$

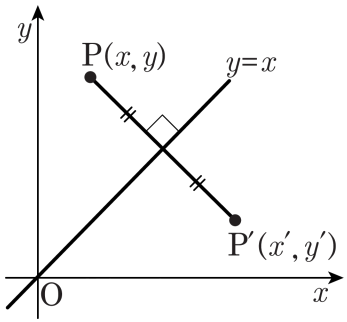
해설

$x^2+y^2=1$ 을 $x$ 축의 방향으로 $m$ 만큼,
$y$ 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
$(x-m)^2+(y-2)^2=1 \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 직선 $x-y+3=0$ 과 접하므로
점 $(m,\ 2)$ 와 직선 $x-y+3=0$ 사이의 거리가 1 이다.

$$\frac{|m-2+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=1$$

이것을 풀면 $m=-1\pm\sqrt{2}$
$\therefore m=-1+\sqrt{2}\ (\because m>0)$

**16.** 다음은 점 $P(x,y)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 $P'$ 의 좌표를 구하는 과정이다. 이 때, (가) ~ (라)에 알맞지 않은 것은?




점 $P(x,y)$ 를
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 $P'(x',y')$ 이라고 하면
선분 $PP'$ 의 중점
$M\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$ 은
직선 (가) 위에 있으므로
$\frac{y+y'}{2}$ =(나)·····㉠
또한, 직선 $PP'$ 은 직선 $y = x$ 와 수직이므로
1×(다) = −1 ← (수직인 두 직선의 기울기의 곱이 −1)
이것을 정리하면
$x' + y'$ =(라) ·····㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x' = y, y' = x$
따라서, 구하는 점 $P'$ 의 좌표는 (마) 이다.

① (가) : $y = x$ ② (나) : $\frac{x+x'}{2}$ ③ (다) : $\frac{y'-y}{x'-x}$
④ (라) : $x + y$ ⑤ (마) : $(x,\ y)$

해설

구하는 점 $P'$ 의 좌표는 $(y,\ x)$ 이다.

**17.** 좌표평면 위의 점 $(1,5)$ 을 $y=x+3$ 에 대하여 대칭이동 시킨 점의 좌표를 구하면?

① $(-1,2)$ ② $(2,1)$ ③ $(2,3)$

④ $(2,4)$ ⑤ $(3,5)$

해설

1) 점 $(1,5)$ 와 대칭이동된 점
$(X,Y)$ 을 이은 선분은 $y=x+3$ 에 수직한다.

$$\Rightarrow \frac{Y-5}{X-1}=-1 \Rightarrow X+Y-6=0$$

2) $(1,5)$ 와 $(X,Y)$ 의 중점은
$y=x+3$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{Y+5}{2}=\frac{X+1}{2}+3$$
$$\Rightarrow X-Y+2-0$$

$\therefore$ 연립하면 $X=2, Y=4$

**18.** 점 $A(2,\ 3)$ 을 직선 $y = x - 1$ 에 의해 대칭 이동한 점의 좌표는?

① $(3,\ -2)$ ② $(3,\ 2)$ ③ $(1,\ 4)$

④ $(4,\ 2)$ ⑤ $(4,\ 1)$

해설

대칭이동 된 점의 좌표를 $A' = (X,\ Y)$ 라 하면,
$\overline{AA'}$ 은 $y = x - 1$ 에 수직하고 $AA'$ 의 중점은 $y = x - 1$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{Y-3}{X-2} = -1,\ \frac{Y+3}{2} = \frac{X+2}{2} - 1$$

두 식을 연립하면, $X = 4,\ Y = 1$

$\therefore\ A' = (4,\ 1)$

**19.** 좌표평면에서 점 $\mathrm{A}(5,\ 3)$을 직선 $x+y-3=0$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는?

① $(3,\ 1\ )$ ② $(2,\ -1\ )$ ③ $(0,\ -2\ )$

④ $\left(\frac{3}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ ⑤ $(-1,\ 3\ )$

해설

구하고자 하는 점의 좌표를 $\mathrm{A}'\,(a,\ b)$ 라 할 때,

두 점의 중점 $\left(\frac{a+5}{2}\,,\ \frac{b+3}{2}\right)$ 는

직선 $x+y-3=0$ 위에 있으므로

대입하여 정리하면 $a+b=-2$ ㉠

점 A 와 $\mathrm{A}'$ 를 지나는 직선과 직선

$x+y-3=0$ 은 직교하므로

$\frac{b-3}{a-5}\times(-1)=-1$ 에서 $a-b=2$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=0,\ b=-2$ 이므로 $(0,\ \ -2)$ 가 된다.

**20.** 다음 중 원 $x^2+y^2-4x+2y+3=0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=2$

② $x^2+y^2=3$

③ $x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

④ $(x+1)^2+y^2=5$

⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
$x^2+y^2-4x+2y+3=0$ 에서 $(x-2)^2+(y+1)^2=2$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 ① 이다.

**21.** 직선 $y=\frac{3}{2}x-3$을 $x$축 방향으로 $a$만큼, $y$축 방향으로 $b$만큼 평행이동한 직선은 네 점 $\mathrm{P}(1,3)$, $\mathrm{Q}(3,0)$, $\mathrm{R}(5,3)$, $\mathrm{S}(3,6)$을 꼭짓점으로 하는 마름모 PQRS의 넓이를 이등분한다. 이 때, $a, b$ 사이의 관계식은?

① $a+b+1=0$ ② $2a-3b+3=0$

③ $3a-b+3=0$ ④ $2a-2b+1=0$

⑤ $3a-2b+3=0$

해설

직선 $y=\frac{3}{2}x-3$을

$x$축의 방향으로 $a$만큼,

$y$축의 방향으로 $b$만큼 평행이동한 직선은

$y-b=\frac{3}{2}(x-a)-3 \cdots$㉠

직선 ㉠이 마름모 PQRS의 넓이를

이등분하려면 대각선

$\overline{\mathrm{PR}}$와 $\overline{\mathrm{QS}}$의 교점인 $\overline{\mathrm{PR}}$의 중점을 지나야 한다.

이 때, $\overline{\mathrm{PR}}$의 중점을 M이라 하면 M의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{3+3}{2}\right)=$

$(3,\ 3)$

직선 ㉠이 점 $(3,\ 3)$을 지나므로

$3-b=\frac{3}{2}(3-a)-3,\ 6-2b=3(3-a)-6$

$\therefore\ 3a-2b+3=0$

**22.** 원 $x^2+y^2=1$ 을 평행이동 $f:(x,y)\to(x-4,y+1)$ 에 의하여 옮긴 후 다시 직선 $y=-3$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 이라 할 때, $a+b+r$ 의 값은?

① 10 ② 5 ③ 0 ④ $-5$ ⑤ $-10$

해설

원의 중심을 이동시키면 된다

$(0,\ 0)\xrightarrow{f}(-4,\ 1)\xrightarrow{y=-3\text{대칭}}(-4,\ -7)$

$\therefore$ 이동된 원의 방정식 : $(x+4)^2+(y+7)^2=1$

$\Rightarrow\ a+b+r=-10$

**23.** 직선 $x+2y-3=0$ 을 $x$ 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y=x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x-1)^2+(y-a)^2=1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=5$

해설

$x+2y-3=0 \Rightarrow x-2y-3=0(x$ 축 대칭이동)

$\Rightarrow \quad y-2x-3=0\ (y=x$ 대칭이동)

원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.

따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.

$\therefore\ a-2-3=0 \quad \therefore\ a=5$

**24.** 원 $x^2+y^2-8x+4y=0$ 을 직선 $y=ax+b$ 에 대하여 대칭 이동하면 원 $x^2+y^2=c$ 가 된다고 한다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① $-15$ ② $-13$ ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

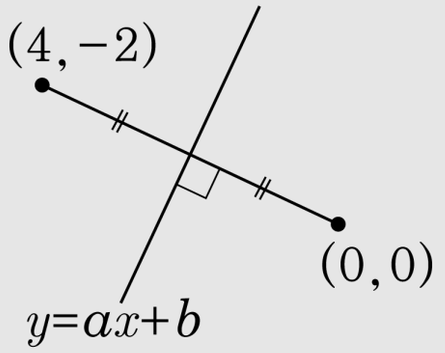
$(x-2)^2+(y+2)^2=20$

$y=ax+b$ 와 $(4,\ 2)$ $(0,\ 0)$

선분은 서로 수직하므로

$\dfrac{-2-0}{4-0}\times a=-1$

$\therefore\ a=2$




$y=ax+b$ 는 $(4,\ -2)$ 와 $(0,\ 0)$ 의 중점을 지나므로

$\left(\dfrac{4+0}{2},\ \dfrac{-2+0}{2}\right)=(2,\ -1)$

$-1=2a+b$

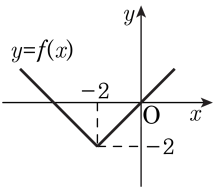
$\therefore\ b=-5\ (\because\ a=2)$

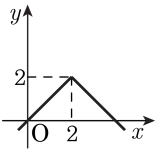
원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로

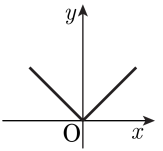
$\therefore\ c=20$

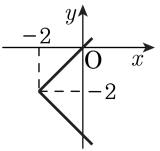
$\therefore\ a+b+c=2-5+20=17$

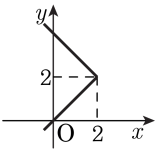
**25.** 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?

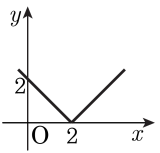



① 


② 


③ 


④ 


⑤ 


해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를
$y$ 축에 대칭시킨 후 $y$ 축으로 2 만큼 평행 이동 한 것이다.