

1. 월드컵 예선전과 같이 출전한 모든 팀들이 다른 팀들과 각각 한 번씩 시합을 하는 게임 방식을 리그전이라고 한다. 아시아 8 개국이 친선 축구 시합을 리그전으로 하려고 한다. 이 때, 총 시합의 수는?

① 21 ② 24 ③ 28 ④ 30 ⑤ 33

해설

게임은 두 팀씩 하는 것이므로 8개 팀에서 두 팀을 뽑는 조합의 수와 같다.

$$\therefore {}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

2. 8 개의 축구팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 열리는 총 경기의 수는?

① 16

② 24

③ 28

④ 36

⑤ 42

해설

8 개 팀 중 2 개팀을 고르는 방법 수와 같다.

$\therefore {}_8C_2 = 28$

3. 한국 선수 11명과 일본 선수 11명이 축구 경기 후 상대팀 선수들과 서로 악수를 할 때, 악수한 총 횟수는? (단, 한 번 악수한 사람과는 다시 악수하지 않는다.)

① 54 ② 66 ③ 85 ④ 112 ⑤ 121

해설

한국 선수 1 명당 일본 선수 11 명과 악수를
해야 한다. $11 \times 11 = 121$

4. 5 명의 남학생과 3 명의 여학생에 대하여 남학생 2 명과 여학생 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 30가지

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_1 = 30$$

5. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7 가지 색 중에서 4 가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 보라를 제외하고 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 15 가지

해설

보라를 제외한 6가지 색 중 4가지를 고르면 된다.

${}_6C_4 = 15$

6. 10 종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

- ① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

$${}_{10}C_3 = 120$$

7. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36 ② 72 ③ 120 ④ 144 ⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

8. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 20가지

해설

$${}_6C_3 = 20$$

9. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_9C_2 = 36$$

10. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

11. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 7 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$${}_7C_2 = 21$$

12. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

${}_7C_3 = 35$

13. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$$

14. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 126가지

해설

$${}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} = 126 \text{ (가지)} \leftarrow 5 \text{ 명씩 } 2 \text{ 패}$$

15. 남학생 6명과 여학생 7명 중에서 남학생 3명, 여학생 4명을 뽑아 청소를 시킬 때, 키가 가장 큰 남학생 1명은 청소를 하고, 키가 가장 작은 여학생 1명은 청소를 하지 않는 방법의 수는?(단, 학생들의 키는 모두 다르다.)

① 100 ② 150 ③ 200 ④ 250 ⑤ 300

해설

남학생 5명 중 2명을 뽑고, 여학생 6명 중 4명을 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_5C_2 \times {}_6C_4 = 150$$

16. 남자 6명, 여자 6명의 모임에서 4명의 대표를 뽑을 때, 남자와 여자를 적어도 1명씩 뽑는 방법의 수는?

① 455 ② 465 ③ 475 ④ 485 ⑤ 495

해설

전체의 경우의 수에서 남자만 뽑거나, 여자만 뽑는 경우를 빼준다. ${}_{12}C_4 - ({}_6C_4 + {}_6C_4) = 465$

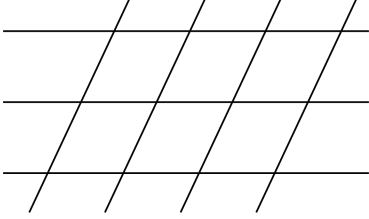
17. 집합 $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 있을 때, $f : X \rightarrow Y$ 중에서 $f(1) \neq 1$ 인 것은 모두 몇 가지인가?

① 24 ② 30 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$f(1) \neq 1$ 이므로 $f(1)$ 은 2, 3, 4 중 하나의 값을 갖는다. $f(2), f(3)$ 은 1, 2, 3, 4 중 중복을 허락하여 하나의 값을 갖는다.
 $\therefore 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$

18. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

19. 남학생 7명, 여학생 2명이 3명씩 세 개의 조로 나누어 게임을 하려고 한다. 여학생 2명이 같은 조에 속하는 방법의 수는? (단, 조의 구분은 없다.)

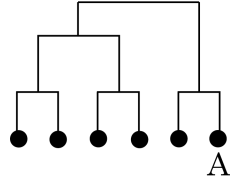
① 60 ② 70 ③ 120 ④ 140 ⑤ 210

해설

남학생 7명 중 한 명이 여학생 2명과 한 조를 이루면 되므로 구하는 방법의 수는 남학생 7명을 3명, 3명, 1명으로 나누는 방법의 수와 같다.

$${}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} = 70$$

20. 지난 대회 우승 팀 A가 먼저 배정을 받은 다음 그림과 같은 토너먼트 방식의 대진표에서 제비뽑기를 하여 5개의 팀을 결정하기로 할 때, 가능한 모든 경우의 수는?



- ① 15 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 30

해설

A 팀과 게임을 할 팀을 뽑는 방법의 수는
 ${}_5C_1 = 5$ (가지)
그 각각의 경우에 대하여 나머지 4팀을
(2팀, 2팀)으로 편성하는 방법의 수는
 ${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 3 = 15$ (가지)

21. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. ${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{2n+1}$

ㄴ. ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$

ㄷ. ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (단, $n \geq 2$)

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로

${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{3n-(n-1)} = {}_3nC_{2n+1}$ (참)

㉡ ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서

${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$

${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$

$= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$

$= (3n)! \times {}_{4n}C_n$ (참)

㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로

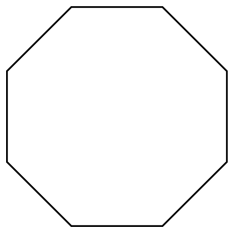
${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$

$= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$

$= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

22. 그림과 같은 팔각형에서 대각선의 개수는?

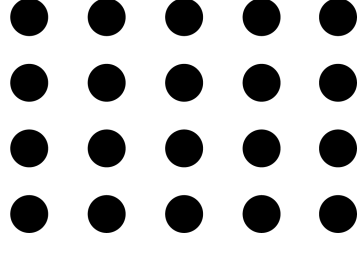


- ① 14 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

8 개점 중 2 개를 선택하는 방법은,
 ${}_8C_2 = 28$ 이고 여기서 변의 개수 8 을 빼준다.
 $\Rightarrow 28 - 8 = 20$

23. 다음 그림과 같이 20개의 점이 똑같은 크기의 직사각형 모양을 이루고 있을 때, 이들 20개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1056 개

해설

총 삼각형의 개수는 20 개에서 3 개 택하는 경우의 수에서 3 개를 택했을 때 삼각형이 되지 않는 경우의 수를 빼는 가지 수이다.
삼각형이 되지 않는 경우의 수는
i) 일직선상에 있는 5 개의 점 중에서 3 개 택하는 경우의 수 : ${}_5C_3 \times 4 = 40$
ii) 일직선상에 있는 4 개의 점 중에서 3 개 택하는 경우의 수 : ${}_4C_3 \times 9 = 36$
iii) 일직선상에 있는 3 개의 점 중에서 3 개 택하는 경우의 수 ${}_3C_3 \times 8 = 8$
따라서 구하는 경우의 수는 ${}_{20}C_3 - (40 + 36 + 8) = 1056$

24. 6 명을 세 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 15

② 30

③ 60

④ 90

⑤ 180

해설

(i) 1, 2, 3 명으로 나누는 경우

$$: {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 60$$

(ii) 2, 2, 2 명으로 나누는 경우

$$: {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} = 15$$

(iii) 1, 1, 4 명으로 나누는 경우

$$: {}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 15$$

(i), (ii), (iii) 에서 구하는 경우의 수는

$$60 + 15 + 15 = 90$$

25. 6 권의 서로 다른 책을 2 개, 2 개, 2 개로 나누어서 3 개의 서로 다른 가방 A, B, C 에 담을 때, 특정한 책 하나는 반드시 가방 A 에 담는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 30 가지

해설

특정한 책 하나는 반드시 가방 A 에 담아야 하므로 나머지 5개의 책을 가방 A 에 1개, 가방 B 에 2개, 가방 C 에 2개를 나누어 담으면 된다.

따라서, 구하는 경우의 수는

$${}_5C_1 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 = 30 \text{ (가지)}$$