1. 크기가 다른 주사위 2 개를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합이 3 또는 8 인 경우는 모두 몇 가지인가?

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 7 가지

해설

눈의 수의 합이 3 인 경우는
$(1, 2), (2, 1)$ 의 2 가지이고,
눈의 수의 합이 8 인 경우는
$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$ 의 5 가지이므로,
구하는 경우의 수는 $2 + 5 = 7$ (가지)

2. 크고 작은 두 개의 주사위 A, B 를 동시에 던질 때, 다음 각각을 차례대로 구하여라.
(1) 나오는 눈은 모두 몇 가지인가?
(2) 두 개의 눈이 서로 다른 경우는 몇 가지인가?

▶ 답 : ______ 가지

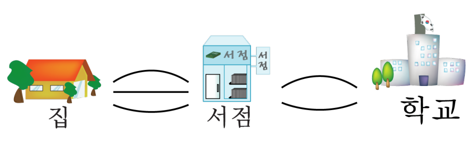
▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 36 가지

▷ 정답 : 30 가지

해설
(1) A 에서 6 가지, B 에서 6 가지가 나오므로 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)
(2) 눈이 서로 다른 경우는 A 의 6 가지 각각에 대하여 B 에서 5 가지가 나오므로 $6 \times 5 = 30$ (가지)

3. 건호는 집에서 학교에 가는 길에 서점에 들러 문제집을 구입하려고 한다. 집에서 학교까지 가는 방법은 모두 몇 가지인가?



▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

집에서 서점까지 가는 길의 가지수는 3 가지, 서점에서 학교까지 가는 길의 가지수는 2 가지집에서 반드시 서점에 들러 학교를 가야하므로 곱의 법칙을 이용하여
$\therefore\ 3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

집에서 서점까지 가는 길을 a, b, c 라 하고 서점에서 학교에 가는 길을 , 이라고 하면집에서 서점을 들러 학교에 가는 방법은
(a , ㄱ) , (a , ㄴ) , (b , ㄱ) ,
(b , ㄴ) , (c , ㄱ) , (c , ㄴ)
$\therefore$ 6 (가지)

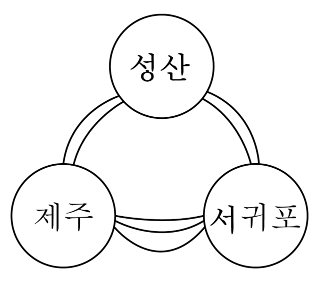
4. 72 의 양의 약수의 개수는?

① 6　② 8　③ 9　④ 12　⑤ 16

해설

72를 소인수 분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$
2^3 의 약수는 2^0, 2^1, 2^2, 2^3,
3^2 의 약수는 3^0, 3^1, 3^2
그런데 72 의 양의 약수는 $2^x \times 3^y$ 의 꼴이 되므로
$0 \le x \le 3, 0 \le y \le 2$
따라서 x, y가 되는 정수의 개수는 각각 $4, 3$ 이므로
구하는 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여
$4 \times 3 = 12$(개)

5. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 가는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.)



① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

$3 + (2 \times 2) = 7$
$\therefore$ 7 가지

6. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
$3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
$\therefore$ 5 가지

7. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

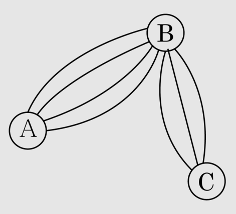
(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는
$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지
(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는
$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지
그런데 (i), (ii) 는 동시에 일어날 수 없으므로
$4 + 5 = 9$ (가지)
$\therefore 9$

8. (갑) 과 (을) 이 어느 산을 등산하는데 A 에서 출발하여 산의 정상인 B 까지 올라갔다가 C 지점으로 내려가려고 한다. A 에서 B 까지 오르는 등산로는 4 개가 있고 B 에서 C 로 내려가는 길은 3 개가 있다고 한다. 이때, (갑) 과 (을) 이 A 에서 C 까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?

① 24가지　② 36가지　③ 48가지
④ 72가지　⑤ 144가지

해설

(갑) 이 $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ 로 가는 방법 :
$4 \times 3 = 12$ (가지)
그 각각에 대하여 (을) 이 $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ 로 가는 방법 :
$(4-1) \times (3-1) = 6$ (가지)
$\therefore 12 \times 6 = 72$ (가지)

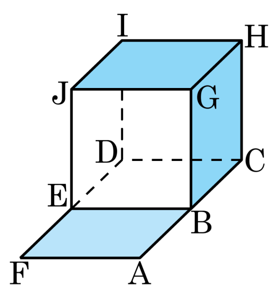


9. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$216 = 2^3 \times 3^3$,
$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$
따라서 공약수의 개수는 $(3+1)(2+1) = 12$

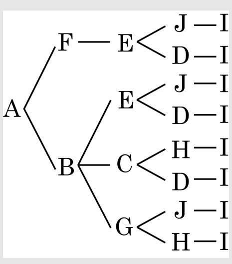
10. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A 에서 I 까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

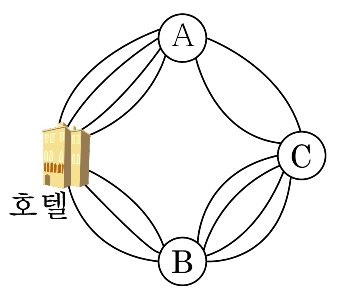
해설

A 에서 I 까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

11. 영우는 호텔에서 출발하여 3개의 관광지 A, B, C 를 관광한 뒤 다시 호텔로 돌아오려고 한다. 호텔과 관광지간의 도로가 오른쪽 그림과 같을 때 호텔을 출발하여 모든 관광지를 한 번씩만 거치고, 호텔로 다시 돌아오는 방법의 수는?

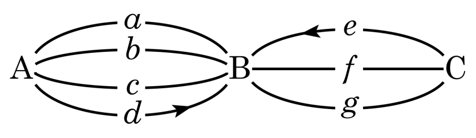


① 144 ② 152 ③ 176 ④ 184 ⑤ 192

해설

(호텔 $\to A \to C \to B \to$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $4 \times 2 \times 4 \times 3 = 96$
(호텔 $\to B \to C \to A \to$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $3 \times 4 \times 2 \times 4 = 96$
$\therefore 96 + 96 = 192$

12. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



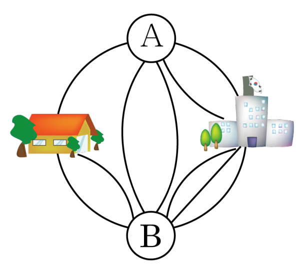
① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개

④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \to B,\ B \to C,\ C \to B,\ B \to A$ 의 길의 가지수는 각각 $4, 2, 3, 3$ 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

13. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22　　② 34　　③ 47　　④ 54　　⑤ 66

해설

(1) 집$\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

(2) 집$\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집$\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집$\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

14. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27 개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.
㈎ 1 바로 다음에는 3 이다.
㈏ 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.
㈐ 3 바로 다음에는 1 , 2 또는 3 이다.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 13 가지

해설
조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332 ,333 이므로 13 가지이다.

15. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수 : $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$

16. 5 원 짜리 동전 4 개, 10 원 짜리 동전 2 개, 100 원 짜리 동전 1 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 수 있는 지불금액의 수는 몇 가지인가?

① 10 ② 13 ③ 17 ④ 22 ⑤ 26

해설

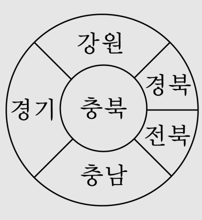
5 원 짜리 동전 4 개이면 10 원 짜리 동전 2 개와 같으므로 금액이 중복된다.
10 원 짜리 동전 2 개를 5 원 짜리 동전 4 개로 바꾸면 5 원 짜리 동전 8 개, 100 원 짜리 동전 1 개가 되고 지불 방법의 수는
$(8+1)\times(1+1)=18$(가지)
돈이 0 원이면 지불하는 것이 아니므로
$18-1=17$(가지)

17. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(⊠)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?

① 32 가지 ② 56 가지 ③ 72 가지
④ 96 가지 ⑤ 118 가지

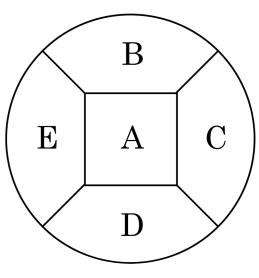
해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)
충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)
전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경기에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
강원에 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)
그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$
$\therefore$ 96 가지

18. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



① 160　② 270　③ 360　④ 420　⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B 를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지, C 를 칠할 수 있는 방법은 3 가지이다.

(i) B 와 D 가 다른 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 A, B, C 에 칠한 색을 제외한 2 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 A, B, D 에 칠한 색을 제외한 2 가지이므로

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$ (가지)

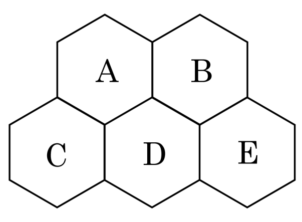
(ii) B 와 D 가 같은 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 B 와 동일하므로 1 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 $A, B(= D)$ 에 칠한 색을 제외한 3 가지이므로

$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$ (가지)

따라서 (i) (ii) 에서 $240 + 180 = 420$ (가지)

19. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530 ② 540 ③ 550 ④ 560 ⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.
따라서 $D \to C \to A \to B \to E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

20. 1 부터 999 까지의 자연수 중에서 각 자리에 7 인 숫자가 2 개 이상인 경우의 수는?

① 26 개　② 27 개　③ 28 개　④ 29 개　⑤ 30 개

해설

① 7 이 2 개 있는 수 : 77 이 1 개,
77□꼴이 9 개,
7□7 꼴이 9 개,
□77 꼴이 8 개
② 7 이 3 개 있는 수, 777 로 1 개
따라서 구하는 경우의 수는
$1 + 9 + 9 + 8 + 1 = 28$ (개)

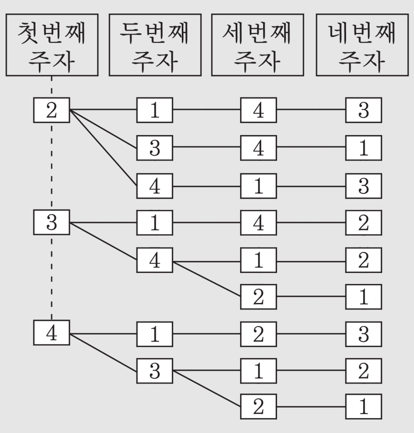
21. 등 번호가 ①, ②, ③, ④ 인 네 명이 이어달리기 순서를 결정하려고 한다. 네 명 모두 자신의 등 번호와 달리는 순서의 번호가 서로 같지 않도록 순서를 결정하는 방법의 수는?

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 9 개

해설

첫 번째 주자로 등번호가 ① 인 사람이 올 수 없고, 두 번째, 세 번째, 네 번째 주자로 각각 등번호가 ②, ③, ④ 인 사람이 올 수 없다. 이와 같은 조건에 맞는 수형도를 생각해 보면 다음과 같다.



따라서, 구하는 방법의 수는 9 (가지) 이다.

22. 100원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 4개, 10원짜리 동전 4개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

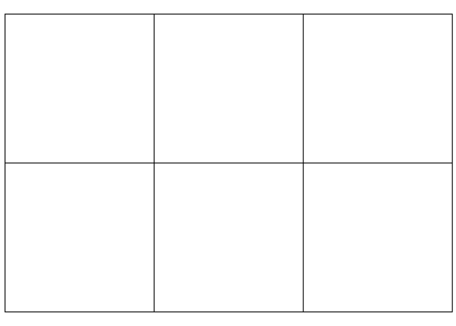
▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 118 가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을 사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1가지이다.
그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수)$= (2+1)(4+1)(4+1) - 1 = 74$
50원짜리 동전이 2개가 되면 100원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 4개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 8개와 10원짜리 동전 4개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$= (8+1)(4+1) - 1 = 44$

23. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 57 가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지) 이다.
여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$
따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

24. ‘3●6●9 게임’ 은 참가자들이 돌아가며 자연수를 1부터 차례로 말하되 3, 6, 9가 들어가 있는 수는 말하지 않는 게임이다. 예를 들면 3, 13, 60, 396, 462, 900등은 말하지 않아야 한다. ‘3●6●9 게임’ 을 할 때, 1부터 999까지의 자연수 중 말하지 않아야 하는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 657 개

해설

말하여야 하는 수는 3 , 6 , 9 를 제외한 7 가지 수로 이루어져 있고, 그 중 0 은 제외되므로 그 개수는 $7 \times 7 \times 7 - 1 = 342$
따라서 말하지 않아야 하는 수의 개수는
$999 - 342 = 657$

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x) = (a-4)x+6, \quad g(x) = (3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

$y = f(g(x)) = (a-4)\left\{(3-b)x+2\right\}+6$
$\quad = (a-4)(3-b)x+(2a-2)$
함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2 \neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b) = 0$ 이다.
$\therefore$ (a, b) 는 $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(4,6)$, $(2,3)$, $(3,3)$, $(5,3)$, $(6,3)$ 의 10 가지