

1. $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0 \end{aligned}$$

2. 분수식 $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$ 의 계산 결과는?

① $\frac{-1}{(x+2)^2}$

② $\frac{1}{(x+2)^2}$

③ $\frac{2}{(x+2)^2}$

④ $\frac{-1}{x(x+2)^2}$

⑤ $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

3. $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

4. 분수함수 $y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1$, $y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5

② 5

③ -7

④ 7

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1$, $y=6$ 이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$\therefore a = -1, b = 6$

$\therefore a+b = 5$

5. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

6. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1$, $a=-1$

$\therefore a=-1$, $b=2$

$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

7. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

8. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, \quad b = 3k, \quad c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$$

9. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{(a+2)x+3a-b+2} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a = 1, b = 6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

10. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

11. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

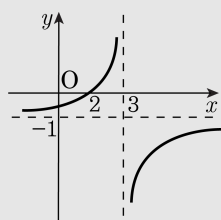
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



12. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$
그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고
 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

13. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-1}$ 의 역함수가 그 자신이 되도록 a 의 값을 정하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

14. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸면, } y = \frac{-2x-3}{x-2}$$

$$\text{따라서 구하는 역함수는 } y = \frac{-2x-3}{x-2}$$

15. 분수식 $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \dots \textcircled{1}$$

①에서 분자를 x 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned} & x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x) \\ &= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz^2 - y^2z \\ &= (z-y)x^2 - (z+y)(z-y)x + zy(z-y) \\ &= (z-y)\{x^2 - (z+y)x + zy\} \\ &= (z-y)(x-z)(x-y) = (x-y)(y-z)(z-x) \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 1 \end{aligned}$$

16. 분수식 $\frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{x^2-4}$
④ $\frac{-x}{x^2-4}$

② $\frac{-1}{x^2-4}$
⑤ $\frac{x^2}{x^2-4}$

③ $\frac{x}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x-2-2x-4+x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x^2}{x^2-4} \end{aligned}$$

17. 등식 $\frac{225}{157} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e

를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

▷ 정답 : $d = 4$

▷ 정답 : $e = 5$

해설

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \\ \therefore a &= 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5 \end{aligned}$$

18. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

19. $a : b = c : d$ 일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \\ \textcircled{3} \quad & \frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d} \\ \textcircled{5} \quad & \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c} \\ \textcircled{4} \quad & \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \end{aligned}$$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ 하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} \div \textcircled{3}$ 하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서 가비의 리를 이용하면}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

20. 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 이고, 점 $(0, 5)$ 를 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-6 \leq x \leq -4$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = \frac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$$

$$5 = \frac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore k = 4$$

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 3$$

$$x = -6 \text{ 일 때, } M = \frac{4}{-6+2} + 3 = 2$$

$$x = -4 \text{ 일 때, } m = \frac{4}{-4+2} + 3 = 1$$

$$\therefore Mm = 2 \times 1 = 2$$

21. $abc = 1$ 일 때,

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \text{ 의 값은?}$$

- ① 1 ② 2 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 3

해설

$$abc = 1 \Rightarrow bc = \frac{1}{a} \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{\frac{1}{a}+b+1} + \frac{c}{ca+c+abc}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{1+ab+a} + \frac{c}{c(a+1+ab)}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{ab+a+1} + \frac{1}{ab+a+1}$$

$$= \frac{ab+a+1}{ab+a+1} = 1$$

22. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 일 때, $\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k (\neq 0) \text{로 놓으면 } a = bk, b = ck$$

$$\therefore a = ck^2$$

$$\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)} = \frac{(ck^2 - ck)(ck + c)}{(ck^2 + ck)(ck - c)}$$

$$= \frac{ck(k-1) \cdot c(k+1)}{ck(k+1) \cdot c(k-1)} = 1$$

23. 두 지점 A, B를 왕복하는데 A에서 B까지 갈 때에는 시속 a km의 속력으로, B에서 A로 올 때에는 시속 b km의 속력으로 다녀왔다. 다음 중 왕복 평균속력을 나타내는 식을 적은 것은? (단위: km/h)

- ① $\frac{a+b}{2}$
- ② $\sqrt{ab}$
- ③ $\frac{2ab}{a+b}$
- ④ $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$
- ⑤ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

해설

A에서 B까지의 거리를 l km라 하면

가는데 걸린 시간 : $\frac{l}{a}$

오는데 걸린 시간 : $\frac{l}{b}$

왕복거리 : $2l$

따라서, 왕복평균속력은 $\frac{2l}{\frac{l}{a} + \frac{l}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$

24. 분수함수 $y = \frac{2x+3}{x+2}$ 의 치역이 $\{y \mid y > 2\}$ 일 때, 다음 중 정의역을
바르게 구한 것은?

① $\{x \mid -3 < x < -2\}$

② $\{x \mid x < -2\}$

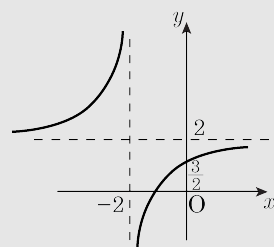
③ $\{x \mid -2 < x\}$

④ $\{x \mid -2 \leq x < 2\}$

⑤ $\{x \mid -2 \leq x < 3\}$

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+2} = \frac{2(x+2)-1}{x+2} = 2 + \frac{-1}{x+2}$$



정의역은 $\{x \mid x < -2\}$

25. $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$ 일 때 $f^{1999}(0)$ 의 값은? (단 $f^2(x) = (f \circ f)(x), \dots, f^{n+1}(x) = (f \circ f^n)(x)$)

- ① $\frac{3}{2}$ ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$f(0) = 3,$$

$$f^2(0) = \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}, f^3(0) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\therefore f^{3n}(0) = 0$$

$$1999 = 666 \times 3 + 1$$

$$\therefore f^{1999}(0) = f(0) = 3$$