

1.  $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$  을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0\end{aligned}$$

2. 분수식  $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$  의 계산 결과는?

①  $\frac{-1}{(x+2)^2}$

②  $\frac{1}{(x+2)^2}$

③  $\frac{2}{(x+2)^2}$

④  $\frac{-1}{x(x+2)^2}$

⑤  $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

3.  $\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}}$  의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}} = \frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}}} = \frac{\frac{4}{7 - 5}} = \frac{4}{2} = 2$$

4. 분수함수  $y = \frac{bx+3}{x+a}$  의 점근선이  $x=1, y=6$  일 때,  $a+b$  의 값은?

① -5

② 5

③ -7

④ 7

⑤  $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$  의 점근선은  $x=1, y=6$  이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$$\therefore a = -1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 5$$

5. 함수  $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이  $x = a, y = b$ 일 때,  $a - b$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 7

해설

점근선이  $x = -3, y = -4$ 이므로  $a - b = 1$

6.  $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가  $x$ 에 대한 항등식일 때, 상수  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x - a}{x(x-1)}$$

따라서,  $a+b=1$ ,  $a=-1$

$$\therefore a=-1, b=2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$$

7.  $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$  을 간단히 하면?

①  $\frac{1}{x}$

②  $\frac{2}{x}$

③  $\frac{6}{x(x+6)}$

④  $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤  $\frac{2}{x+2}$

### 해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

8.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$  일 때,  $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p, q$ 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p + q = 14$$

9. 유리함수  $y = \frac{ax-b}{x-2}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$  축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동하면  $y = \frac{3x-1}{x+c}$  의 그래프와 일치한다. 이 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{x+1} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a=1, b=6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

10. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수  $y = \frac{2x^2}{x+1}$  의 그래프와 일치하는 것은?

①  $y = \frac{1}{x}$

②  $y = \frac{2}{x}$

③  $y = x + \frac{1}{x}$

④  $y = x + \frac{2}{x}$

⑤  $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2 \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y + 4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은  $y = 2x + \frac{2}{x}$  의 그래프를  $x$  축

방향으로  $-1$ ,  $y$  축 방향으로  $-4$  만큼 이동한 것이다.

11. 곡선  $xy + x - 3y - 2 = 0$  이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 없다.

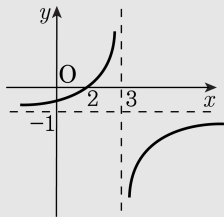
해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$  을  $y$  에 대하여  
정리하면  $(x-3)y = -x+2$

$$\therefore y = \frac{-x+2}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 1 (x \neq 3)$$

즉,  $y = \frac{-1}{x-3} - 1$  은 점근선이

$x=3$ ,  $y=-1$  이고 점  $(2, 0)$  을 지나므로  
그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,  
제 2 사분면을 지나지 않는다.



12. 함수  $y = \frac{2x-4}{x-3}$  에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는  $x = 3$  이다.
- ② 점근선 중 하나는  $y = 2$  이다.
- ③ 함수  $y = \frac{2}{x} + 2$  의 그래프를  $x$  축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는  $x$  축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수  $y = \frac{2}{x-3}$  의 그래프를  $y$  축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은  $x = 3$ ,  $y = 2$  이고

$y = \frac{2}{x}$  의 그래프를  $x$  축 방향으로 3만큼,

$y$  축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

13. 함수  $y = \frac{ax+1}{x-1}$  의 역함수가 그 자신이 되도록  $a$ 의 값을 정하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

14. 분수함수  $y = \frac{2x-3}{x+2}$  의 역함수를 구하면?

①  $y = \frac{2x+3}{x-2}$

②  $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③  $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④  $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤  $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$  에서  $x$ 를  $y$ 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

$x$ 와  $y$ 를 바꾸면,  $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는  $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

15. 분수식  $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$  를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \dots \textcircled{1}$$

①에서 분자를  $x$ 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned} & x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x) \\ &= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz^2 - y^2z \\ &= (z-y)x^2 - (z+y)(z-y)x + zy(z-y) \\ &= (z-y) \{x^2 - (z+y)x + zy\} \\ &= (z-y)(x-z)(x-y) = (x-y)(y-z)(z-x) \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 1$$

16. 분수식  $\frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4}$  를 간단히 하면?

①  $\frac{1}{x^2-4}$

②  $\frac{-1}{x^2-4}$

③  $\frac{x}{x^2-4}$

④  $\frac{-x}{x^2-4}$

⑤  $\frac{x^2}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x-2-2x-4+x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x^2}{x^2-4} \end{aligned}$$

17. 등식  $\frac{225}{157} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$  을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d, e$

를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 1$

▷ 정답 :  $b = 2$

▷ 정답 :  $c = 3$

▷ 정답 :  $d = 4$

▷ 정답 :  $e = 5$

해설

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5$$

18.  $2x - y + z = 0$ ,  $x - 2y + 3z = 0$  일 때,  $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$  의 값을 구하면  $\frac{n}{m}$  이다. 이때,  $m + n$  의 값을 구하여라. (단,  $m, n$  은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서  $x = k$  라 하면  $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

19.  $a : b = c : d$  일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

$$\textcircled{1} \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠}$  하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{㉢}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉣} \div \textcircled{㉢}$  하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서 가비의 리를 이용하면}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

20. 점근선이  $x = -2$ ,  $y = 3$ 이고, 점  $(0, 5)$ 를 지나는 유리함수  $f(x)$ 의  $-6 \leq x \leq -4$ 에서의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $Mm$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$$

$$5 = \frac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore k = 4$$

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 3$$

$$x = -6 \text{ 일 때, } M = \frac{4}{-6+2} + 3 = 2$$

$$x = -4 \text{ 일 때, } m = \frac{4}{-4+2} + 3 = 1$$

$$\therefore Mm = 2 \times 1 = 2$$

21.  $abc = 1$  일 때,

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \text{ 의 값은?}$$

① 1

② 2

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{2}{3}$

⑤ 3

해설

$$abc = 1 \Rightarrow bc = \frac{1}{a} \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{\frac{1}{a}+b+1} + \frac{c}{ca+c+abc}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{1+ab+a} + \frac{c}{c(a+1+ab)}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{ab+a+1} + \frac{1}{ab+a+1}$$

$$= \frac{ab+a+1}{ab+a+1} = 1$$

22.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  일 때,  $\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k (\neq 0) \text{로 놓으면 } a = bk, b = ck$$

$$\therefore a = ck^2$$

$$\begin{aligned} \frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)} &= \frac{(ck^2 - ck)(ck + c)}{(ck^2 + ck)(ck - c)} \\ &= \frac{ck(k-1) \cdot c(k+1)}{ck(k+1) \cdot c(k-1)} = 1 \end{aligned}$$

23. 두 지점 A, B를 왕복하는데 A에서 B까지 갈 때에는 시속  $a$  km의 속력으로, B에서 A로 올 때에는 시속  $b$  km의 속력으로 다녀왔다. 다음 중 왕복 평균속력을 나타내는 식을 적은 것은? (단위: km/h)

①  $\frac{a+b}{2}$

②  $\sqrt{ab}$

③  $\frac{2ab}{a+b}$

④  $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

⑤  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

### 해설

A에서 B까지의 거리를  $l$  km라 하면

가는데 걸린 시간 :  $\frac{l}{a}$

오는데 걸린 시간 :  $\frac{l}{b}$

왕복거리 :  $2l$

따라서, 왕복평균속력은  $\frac{2l}{\frac{l}{a} + \frac{l}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$

24. 분수함수  $y = \frac{2x+3}{x+2}$  의 치역이  $\{y \mid y > 2\}$  일 때, 다음 중 정의역을  
바르게 구한 것은?

①  $\{x \mid -3 < x < -2\}$

②  $\{x \mid x < -2\}$

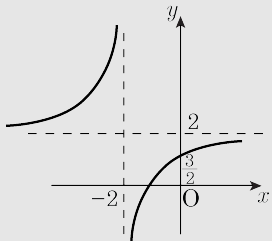
③  $\{x \mid -2 < x\}$

④  $\{x \mid -2 \leq x < 2\}$

⑤  $\{x \mid -2 \leq x < 3\}$

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+2} = \frac{2(x+2)-1}{x+2} = 2 + \frac{-1}{x+2}$$



정의역은  $\{x \mid x < -2\}$

25.  $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$  일 때  $f^{1999}(0)$  의 값은? ( 단  $f^2(x) = (f \circ f)(x), \dots, f^{n+1}(x) = (f \circ f^n)(x)$  )

①  $\frac{3}{2}$

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$f(0) = 3,$$

$$f^2(0) = \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}, f^3(0) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\therefore f^{3n}(0) = 0$$

$$1999 = 666 \times 3 + 1$$

$$\therefore f^{1999}(0) = f(0) = 3$$