1. 다음 중 20이하의 소수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 17 ⑤ 18

해설

20이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.
- ② 1 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.
- ④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.
- ⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

- ① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
- ② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 2 는 소수이다.

3. 180 을 소인수분해하면?

① $2 \times 3^3 \times 5$

② $2^4 \times 5$

③ $3^4 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2 \times 3 \times 5^2$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

4. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

5. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2, 8 과 4 의 최대공약수는 4, 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 2, 4, 6 은 8 과 서로소가 아니다. 따라서 8 과 서로소인 수는 3, 5, 7 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 48의 소인수는 2, 3이다.
- ② 22과 35는 서로소이다.
- ③ 90의 소인수는 3개이다.
- ④ 143은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

7. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

8. 세 자연수 8, 12, 16의 최소공배수는?

- ① 24 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 48

해설

만드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ \underline{2 \quad 4 \quad 6 \quad 8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \\ \underline{1 \quad 3 \quad 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

(최소공배수) : $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$

9. 5와 6의 최소공배수가 30이다. 5와 6의 공배수가 아닌 것은?

- ① 10 ② 30 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120

해설

두 수의 공배수중 가장 작은 수는 최소공배수이다. 최소공배수가 30일 때, 공배수는 최소공배수의 배수이므로 30, 60, 90, ... 이다.

10. 최대공약수가 6 인 두 자연수 A, B 에 대하여 $A \times B = 540$ 이 성립한다.
이때, 두 수 A, B 의 최소공배수는?

- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$ 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 두 수의 곱은 90 이다.

11. 9000 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$9000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 에서 소인수는 2, 3, 5이므로 합은 $2+3+5 = 10$

12. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ \quad 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

13. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로
바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.
최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

14. 세 자연수의 비가 3 : 4 : 6 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

- ① 28 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 3 : 4 : 6 이므로 세 자연수는 각각 $3 \times a$, $4 \times a$, $6 \times a$ 로 나타낼 수 있다.
또한 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 96 = 2^5 \times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 8$ 이다.
따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3 \times 8$, $32 = 4 \times 8$, $48 = 6 \times 8$ 이다.

15. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면?

- ① 9 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12
12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4+6+12 = 22$
이다.

16. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x-2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x-2 = 60$ 이다. 따라서 $x = 62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

17. $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수 a, b, c 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

132 를 소인수분해하면 $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이다. 한편 $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가지므로 a 는 2 보다 크거나 같고, b 는 1 보다 크거나 같다. 또한 c 도 1 보다 크거나 같다. 따라서 a, b, c 의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은 $2 + 1 + 1 = 4$ 이다.

18. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

20. 400 보다 작은 자연수에 대하여, 5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수는 5의 배수이면서 2, 3의 배수가 아닌 수이다.

$$\therefore 80 - 40 - 26 + 13 = 27$$