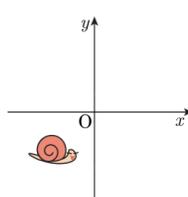


1. 직교좌표계를 사용했을 때, 달팽이의 현재 위치는 $(-10, -10)$ 이다. 이 달팽이는 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다고 한다. 이 달팽이가 원점에 도달하는데 걸린 시간은 몇 분인지 구하여라.



▶ 답: 분

▷ 정답: 5분

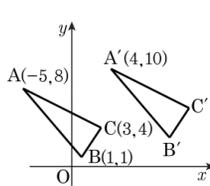
해설

달팽이가 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다.

즉, $(-10, -10)$ 에서 $(-8, -8)$ 까지 가는데 1 분,

$(-6, -6)$ 까지 가는데 2 분, 같은 식으로 하면 원점에 도달하는데 총 5 분이 걸린다.

2. 다음 그림의 삼각형 $A'B'C'$ 은 삼각형 ABC 를 평행이동한 도형이다. 두 점 B', C' 을 지나는 직선의 방정식이 $ax + by = 24$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)



- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle A'B'C'$ 는 $\triangle ABC$ 를 x 축 방향으로 9 만큼, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 도형이므로 $B'(10, 3)$, $C'(12, 6)$ 이다.

두 점 B', C' 를 지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{6 - 3}{12 - 10}(x - 10)$$

$$3x - 2y = 24,$$

$$\therefore a + b = 1$$

3. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 점 $(2, 1)$ 이 점 $(1, -1)$ 로 옮겨질 때, $(0, 0)$ 는 어느 점으로 옮겨지는가?

① $(1, 2)$

② $(-1, 2)$

③ $(1, -2)$

④ $(-1, -2)$

⑤ $(2, 1)$

해설

점 $(2, 1)$ 이 점 $(1, -1)$ 로 옮겨지면, x 축 방향으로 -1 , y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동 하므로 $(0-1, 0-2) = (-1, -2)$ 로 이동한다.

4. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하므로 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 이동한다.

이 직선의 y 절편은 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -\frac{1}{4}$

5. 좌표평면에서 점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의해 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 로 옮겨진다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동은 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 에서

x 대신에 $x + 2$ 를, y 대신에 $y - 3$ 을 대입하면

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + a(x + 2) + b(y - 3) + c = 0$$

정리하면

$$x^2 + y^2 + (a + 4)x + (b - 6)y + 2a - 3b + c + 13 = 0$$

이 식과 $x^2 + y^2 = 1$ 이 일치하므로

$$a + 4 = 0, b - 6 = 0, 2a - 3b + c + 13 = -1$$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

$$\therefore a + b + c = 14$$

해설

원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$$

$$\text{전개하면 } x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

6. 곡선 $y = x^2 - 2x$ 를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하여 곡선 $y = x^2 + ax - 1$ 을 얻었다. $a + p$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

곡선 $y = x^2 - 2x$ 를 x 축의 방향으로 p 만큼
평행 이동하면
 $y = (x - p)^2 - 2(x - p) = x^2 - 2(p + 1)x + p^2 + 2p$
이 곡선이 $y = x^2 + ax - 1$ 과 같으므로
 $-2(p + 1) = a, p^2 + 2p = -1$
 $\therefore p = -1, a = 0$
 $\therefore a + p = -1$

7. 원 $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 과 겹칠 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 25 ② 32 ③ 34 ④ 41 ⑤ 50

해설

$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 12 = 0$ 에서
 $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 1 \cdots \textcircled{A}$
 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1 \cdots \textcircled{B}$
 \textcircled{A} 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $(x-a+2)^2 + (y-b+3)^2 = 1$
이 원이 \textcircled{B} 과 겹치므로
 $-a+2 = -1, -b+3 = -2$
 $\therefore a = 3, b = 5$
 $\therefore a^2 + b^2 = 34$

8. 포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하여 꼭짓점의 좌표가 $(3, 7)$ 인 포물선을 얻을 수 있다. 이때, $b - a$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $y - b = (x - a)^2 + 3$
 $\therefore y = (x - a)^2 + b + 3$
이때, 꼭짓점의 좌표는 $(a, b + 3)$ 이므로
 $a = 3, b + 3 = 7 \quad \therefore b = 4$
 $\therefore b - a = 4 - 3 = 1$

9. 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시킨 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하면?

- ㉠ $(-1, -1), 2\sqrt{3}$ ㉡ $(0, 0), 3\sqrt{3}$ ㉢ $(1, 1), 4\sqrt{3}$
㉣ $(2, 2), 5\sqrt{3}$ ㉤ $(3, 3), 6\sqrt{3}$

해설

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x + 9) + (y^2 - 4y + 4) = 12$$

$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 12$$

이 원의 중심의 좌표는 $(-3, 2)$ 이고

반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ 이다.

따라서, 이 원을 x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때,

중심의 좌표는 $(-3 + 2, 2 - 3) = (-1, -1)$ 이고,

반지름의 길이는 변하지 않으므로 $2\sqrt{3}$ 이다.

10. 원 $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ 을 한 직선 l 에 대하여 대칭이동하면 자기 자신이 된다고 할 때, 다음 중 직선 l 로 알맞은 것은?

- ① $y = 2x + 3$ ② $y = -2x + 1$ ③ $y = x + 3$
④ $y = -x + 2$ ⑤ $y = 3x - 2$

해설

$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ 에서
 $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$
이 원이 직선 l 에 대하여 대칭이어야 하므로
직선 l 이 원의 중심 $(3, -1)$ 을 지나야 한다.
보기의 직선 중 $(3, -1)$ 을 지나는 것은 ④ 뿐이다.

11. 두 점 A(3,4), B(2,5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ -1 ④ 3 ⑤ 0

해설

중점이 $y = ax + b$ 위의 점이므로,

$$\frac{9}{2} = a \cdot \frac{5}{2} + b \rightarrow 5a + 2b = 9$$

선분AB 와 $y = ax + b$ 는 서로 수직이므로,

$$\text{선분AB의 기울기} : \frac{4-5}{3-2} = -1$$

따라서, $a = 1$

$$5 \cdot 1 + 2b = 9$$

$$\therefore 2b = 4 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

12. (3, 1)의 직선 $y = 2x + 3$ 에 대한 대칭점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 는?

- ① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

해설

점 (a, b) 와 (3, 1)을 지나는 직선은 직선 $y = 2x + 3$ 와 수직이다.

이 직선은 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 로 나타낼 수 있다.

점 (a, b) 는 이 직선 위의 점이므로

$(a, -\frac{1}{2}a + \frac{5}{2})$ 와 같다.

$(a, -\frac{1}{2}a + \frac{5}{2})$ 는 직선 $y = 2x + 3$ 과의 거리가

점 (3, 1)과 직선 $y = 2x + 3$ 과의 거리와 같으므로

점과 직선 사이의 거리에서

$$\frac{|2 \cdot 3 + 3 - 1|}{\sqrt{5}} = \frac{|2a + 3 + \frac{1}{2}a - \frac{5}{2}|}{\sqrt{5}}$$

$$|5a + 1| = 16$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } -\frac{17}{5}$$

(3, 1)의 대칭점이 (a, b) 이므로 $a \neq 3$,

$$a = -\frac{17}{5} \text{ 일 때, } b = \frac{21}{5}$$

$$\therefore a + b = \frac{4}{5}$$

13. 좌표평면에서 한 점 $A(-1, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 후 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 A 와 일치하였다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -16

해설

점 $A(-1, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $(-1+a, 3+b)$ 가 되고 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(3+b, -1+a)$ 가 된다.

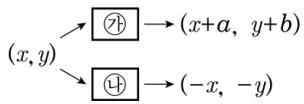
$$(3+b, -1+a) = (-1, 3)$$

$$3+b = -1, -1+a = 3$$

$$a = 4, b = -4$$

$$\therefore ab = -16$$

14. 다음과 같은 두 연산 장치 ㉔, ㉕
 가 있다.
 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ 가
 연산 장치 ㉔와 ㉕를 연속하여
 통과하면서 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 으로 출력되었다. 이때, $a^2 + b^2 + r^2$ 의
 값은?



- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

원의 중심만 따로 생각한다.
 $(3, 4) \xrightarrow{\text{㉔}} (3+a, 4+b) \xrightarrow{\text{㉕}} (-3-a, -4-b)$
 $\Rightarrow (-3-a, -4-b) = (0, 0)$
 $\therefore a = -3, b = -4, r = 5$
 $a^2 + b^2 + r^2 = 50$

15. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - 4, y + 1)$ 에 의하여 옮긴 후 다시 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

- ① 10 ② 5 ③ 0 ④ -5 ⑤ -10

해설

원의 중심을 이동시키면 된다

$$(0, 0) \xrightarrow{f} (-4, 1) \xrightarrow{y=-3\text{대칭}} (-4, -7)$$

$$\therefore \text{이동된 원의 방정식} : (x + 4)^2 + (y + 7)^2 = 1$$

$$\Rightarrow a + b + r = -10$$