

1. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수
Y : 1 부터 200 까지의 홀수
Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

- ① $x = y = z$
- ② $x < y = z$
- ③ $x = y < z$
- ④ $x = y > z$
- ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

3. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이므로
$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$
$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$
또, 분산이 3 이므로
$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$
$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$
$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$
$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$
$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$
$$\textcircled{㉡} \text{의 식에 } \textcircled{㉠} \text{을 대입하면}$$
$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

4. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $a + 1, b + 1, c + 1, d + 1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1만큼 크다.
- ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
- ③ $2a + 3, 2b + 3, 2c + 3, 2d + 3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2배만큼 크다.
- ④ $4a + 7, 4b + 7, 4c + 7, 4d + 7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4배이다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

해설

- ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
→ $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3만큼 크다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.
→ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3배이다.

5. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	3
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	2
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

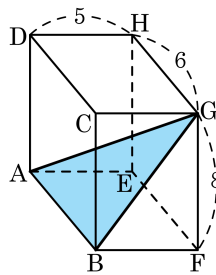
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10} \\
 &= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2 \} \\
 &= \frac{1}{10} (27 + 3 + 2 + 18) = 5
 \end{aligned}$$

6. 그림과 같은 직육면체에서 색칠한 삼각형의 둘레의 길이는?



- ① $\sqrt{97} + 5\sqrt{5} + 6$
- ② $\sqrt{97} + 5\sqrt{6} + 6$
- ③ $\sqrt{97} + 5\sqrt{7} + 2$
- ④ $\sqrt{89} + 5\sqrt{5} + 2$
- ⑤ $\sqrt{89} + 5\sqrt{5} + 6$

⑤ $\sqrt{89} + 5\sqrt{5} + 6$

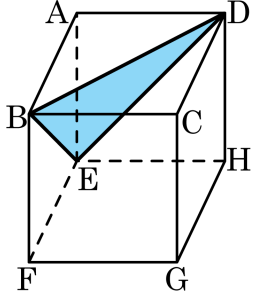
해설

$$\overline{BG} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{64 + 36 + 25} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\therefore (\triangle ABG \text{의 둘레의 길이}) = \sqrt{89} + 5\sqrt{5} + 6$$

7. 다음 그림과 같은 한 모서리의 길이가 4cm 인 정육면체가 있을 때, $\triangle BED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

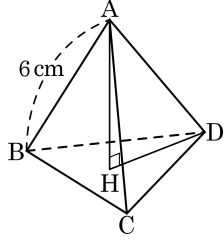
▷ 정답 : $8\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\triangle BED$ 는 $\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{ED} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 인 정삼각형이다.

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정사면체에 대한 설명으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\overline{AH}$ 는 $2\sqrt{6}\text{cm}$ 이다.
 ㉡ $\overline{CD}$ 는 $6\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.
 ㉢ $\overline{DH}$ 는 $2\sqrt{3}\text{cm}$ 이다.
 ㉤ 부피는 $18\sqrt{3}\text{cm}^3$ 이다.
 ㉥ $\triangle AHD$ 의 넓이는 $3\sqrt{2}\text{cm}^2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

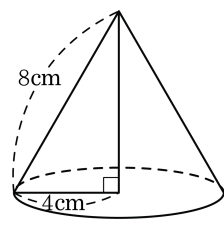
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이이므로, $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ 이다. (○)
 ㉡ $\overline{CD}$ 는 정사면체의 한 변이므로 6cm 이다. $6\sqrt{2}\text{cm}$ (×)
 ㉢ $\overline{DH}$ 는 정삼각형 BCD 의 높이의 $\frac{2}{3}$ 에 해당하므로,
 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{DH} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다. (○)
 ㉤ 부피는 $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}\text{cm}^3$ 이다. $18\sqrt{3}(\text{cm}^3)$ (×)
 ㉥ $\triangle AHD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{AH} \times \overline{DH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2}\text{cm}^2$ 이다. $3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ (×)

9. 다음과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4 cm 이고, 모선의 길이가 8 cm 인 원뿔의 높이와 부피를 구하면?



- ① (높이) $= 2\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \frac{64\sqrt{3}}{3}$ cm³
 ② (높이) $= 3\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \frac{64\sqrt{3}}{3}$ cm³
 ③ (높이) $= 4\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \frac{62\sqrt{3}}{3}$ cm³
 ④ (높이) $= 4\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \frac{65\sqrt{3}}{3}$ cm³
 ⑤ (높이) $= 4\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \frac{64\sqrt{3}}{3}$ cm³

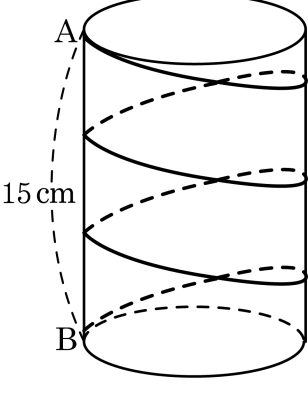
해설

높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$(1) h = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(2) V = 4 \times 4 \times \pi \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

10. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



- ① $\frac{5\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

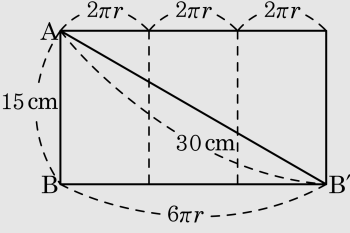
② $\frac{10\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

③ $\frac{5\sqrt{3}}{2\pi}$ cm
- ④ $\frac{20\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

⑤ $\frac{25\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

해설

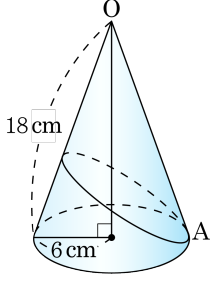
밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



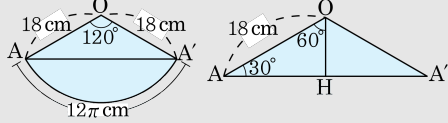
최단거리는 $\overline{AB'}$ 의 길이와 같다.
 $\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2$, $\overline{BB'} = 15\sqrt{3}$
 $3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$
 $\therefore r = \frac{5\sqrt{3}}{2\pi}(\text{cm})$

11. 다음은 모선의 길이가 18 cm 이고, 밑변의 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔을 그린 것이다. 점 A 를 출발하여 원뿔의 옆면을 지나 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리는 몇 cm 인가?

- ① $18\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{3}$ ③ $20\sqrt{3}$
 ④ $21\sqrt{3}$ ⑤ $22\sqrt{3}$



해설



$\angle AOA' = x$ 라 하면

$$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 6$$

$$x = 120^\circ$$

$$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$$

$\overline{AH} = a$ 라 하면

$$2 : \sqrt{3} = 18 : a, a = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AA'} = 2\overline{AH} = 18\sqrt{3}(\text{cm})$$

12. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2,1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4,4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

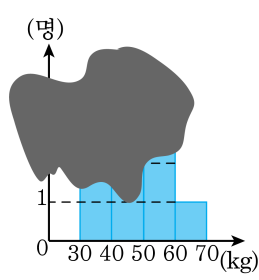
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2,1 = $\sqrt{4,41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ = $\sqrt{\frac{10}{9}}$ = $\sqrt{1,1}$	$\sqrt{4,4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 높은 편이다.
- ④ 가장 성적이 높은 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

13. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5$, $x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

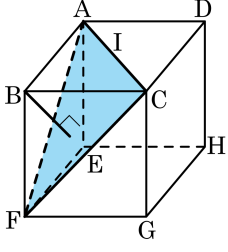
$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\ &= \frac{490}{10} = 49(\text{kg}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} \\ &= \frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84 \end{aligned}$$

이다.

14. 한 모서리의 길이가 4 cm 인 정육면체 ABCD-EFGH 에 대하여 점 B 에서 $\triangle AFC$ 에 내린 수선의 길이를 h 라 할 때, h 는 $a\sqrt{b}$ cm 이다. $a \times b$ 의 값을 구하여라.(단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 4$

해설

삼각뿔 F-ABC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{BF} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \times$

$$4 = \frac{32}{3} (\text{cm}^3)$$

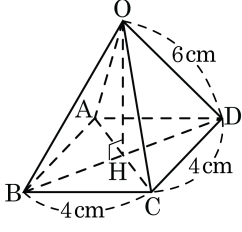
$\triangle AFC$ 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ cm 인 정삼각형이므로 $\triangle AFC =$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

$$\frac{32}{3} = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{3} \times h \therefore h = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm 이다.}$$

따라서 $a \times b = \frac{4}{3} \times 3 = 4$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변이 4 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 6 cm 일 때, $\triangle OHD$ 의 넓이를 구하여라.



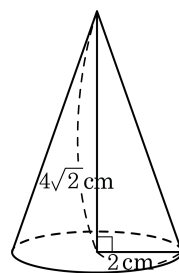
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $2\sqrt{14}\text{cm}^2$

해설

$\square ABCD$ 가 정사각형이므로
 $\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$
 $\triangle OHD$ 의 넓이는
 $S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} = 2\sqrt{14}(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm, 높이가 $4\sqrt{2}$ cm 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 ▶

▶ 정답 : 120°

해설

원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2 \quad \therefore x = 120^\circ$$

17. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

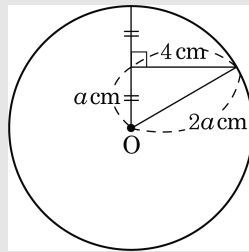
$$4a^2 = 16 + a^2$$

$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

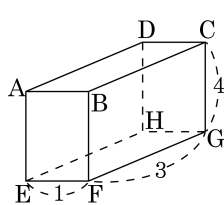
구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대입})$$

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



18. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 1, 3, 4인 직육면체이다. 꼭짓점 A에서 G까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

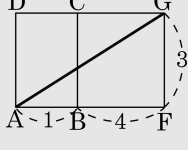
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

(i) $\overline{BC}$ 를 지날 때, $\triangle AGF$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$$

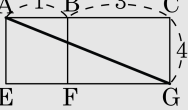
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+4)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$



(ii) $\overline{BF}$ 를 지날 때, $\triangle ACG$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

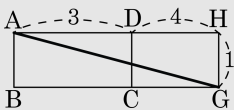
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+3)^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



(iii) $\overline{CD}$ 를 지날 때, $\triangle AHG$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(4+3)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.