1. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$　② $x < y = z$　③ $x = y < z$

④ $x = y > z$　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

2. 다음 표는 5 명의 학생의 키를 나타낸 것이다. 평균이 175cm 이고 분산이 3.2 일 때, 준호와 성준이의 키를 구하여라.(단, 준호의 키가 성준의 키보다 더 크다.)

학생	규호	준호	규철	성준	영훈
키 (cm)	176	x	174	y	172

▶ 답 : ____ cm

▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 준호 : 177 cm

▷ 정답 : 성준 : 176 cm

해설

$\dfrac{176+x+174+y+172}{5}=175$, $x+y=353$ 이다.

$\dfrac{1+(x-175)^2+1+(y-175)^2+9}{5}=3.2$, $(x-175)^2+(y-175)^2=5$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $x=177$, $y=176$ 이다.

3. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a, b의 평균이 5이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4}=5,\ a+b+10=20$$

$\therefore\ a+b=10\cdots$㉠

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$

4. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $a+1$, $b+1$, $c+1$, $d+1$의 평균은 a, b, c, d의 평균보다 1만큼 크다.

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$의 평균은 a, b, c, d의 평균보다 3배만큼 크다.

③ $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$의 표준편차는 a, b, c, d의 표준편차보다 2배만큼 크다.

④ $4a+7$, $4b+7$, $4c+7$, $4d+7$의 표준편차는 a, b, c, d의 표준편차의 4배이다.

⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$의 표준편차는 a, b, c, d의 표준편차의 9배이다.

해설

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

5. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

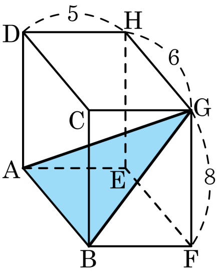
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

6. 그림과 같은 직육면체에서 색칠한 삼각형의 둘레의 길이는?



① $\sqrt{97}+5\sqrt{5}+6$

② $\sqrt{97}+5\sqrt{6}+6$

③ $\sqrt{97}+5\sqrt{7}+2$

④ $\sqrt{89}+5\sqrt{5}+2$

⑤ $\sqrt{89}+5\sqrt{5}+6$

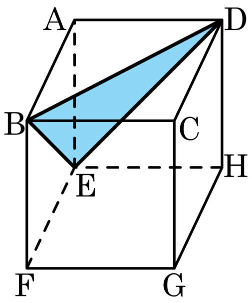
해설

$\overline{BG}=\sqrt{64+25}=\sqrt{89}$

$\overline{AG}=\sqrt{64+36+25}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

$\therefore$ ($\triangle$ABG의 둘레의 길이) $=\sqrt{89}+5\sqrt{5}+6$

7. 다음 그림과 같은 한 모서리의 길이가 4cm 인 정육면체가 있을 때, $\triangle$BED 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

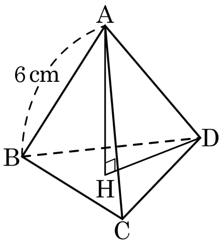
▷ **정답 :** $8\sqrt{3}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle$BED 는 $\overline{\text{BD}} = \overline{\text{BE}} = \overline{\text{ED}} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 인 정삼각형이다.

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정사면체에 대한 설명으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{\mathrm{AH}}$ 는 $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ 이다.

㉡ $\overline{\mathrm{CD}}$ 는 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다.

㉢ $\overline{\mathrm{DH}}$ 는 $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 이다.

㉣ 부피는 $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^3$ 이다.

㉤ $\triangle\mathrm{AHD}$ 의 넓이는 $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\overline{\mathrm{AH}}$ 는 정사면체의 높이이므로, $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$ 이다. (○)

㉡ $\overline{\mathrm{CD}}$ 는 정사면체의 한 변이므로 6cm 이다. $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ (×)

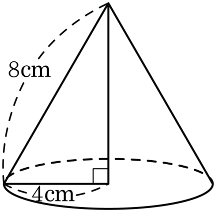
㉢ $\overline{\mathrm{DH}}$ 는 정삼각형 BCD 의 높이의 $\frac{2}{3}$ 에 해당하므로,

$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 6 = 3\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DH}} = \frac{2}{3}\times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다. (○)

㉣ 부피는 $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12}\times 6^3 = 18\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ 이다. $18\sqrt{3}(\mathrm{cm}^3)$ (×)

㉤ $\triangle\mathrm{AHD}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AH}}\times\overline{\mathrm{DH}} = \frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $3\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ (×)

9. 다음과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4 cm 이고, 모선의 길이가 8 cm 인 원뿔의 높이와 부피를 구하면?



① (높이) $= 2\sqrt{3}\,\text{cm}$, (부피) $= \dfrac{64\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^3$

② (높이) $= 3\sqrt{3}\,\text{cm}$, (부피) $= \dfrac{64\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^3$

③ (높이) $= 4\sqrt{3}\,\text{cm}$, (부피) $= \dfrac{62\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^3$

④ (높이) $= 4\sqrt{3}\,\text{cm}$, (부피) $= \dfrac{65\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^3$

⑤ (높이) $= 4\sqrt{3}\,\text{cm}$, (부피) $= \dfrac{64\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^3$

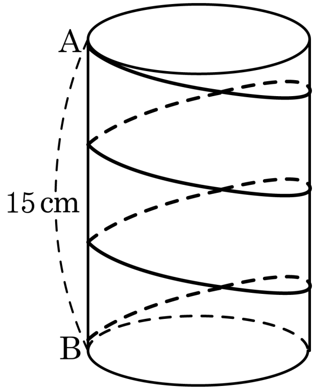
해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

(1) $h = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

(2) $V = 4\times4\times\pi\times4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{3} = \dfrac{64\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

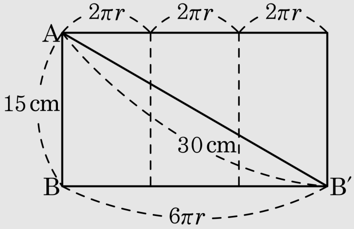
10. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① $\dfrac{5\sqrt{3}}{6\pi}$cm　② $\dfrac{10\sqrt{3}}{6\pi}$cm　③ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$cm
④ $\dfrac{20\sqrt{3}}{6\pi}$cm　⑤ $\dfrac{25\sqrt{3}}{6\pi}$cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



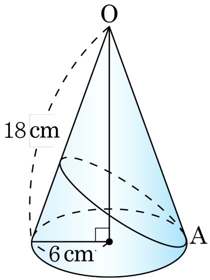
최단거리는 $\overline{AB'}$ 의 길이와 같다.

$\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2$, $\overline{BB'} = 15\sqrt{3}$

$3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$

$\therefore\ r = \dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$(cm)

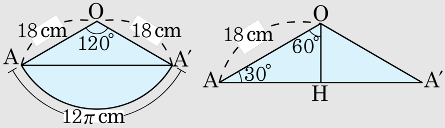
11. 다음은 모선의 길이가 18 cm 이고, 밑변의 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔을 그린 것이다. 점 A 를 출발하여 원뿔의 옆면을 지나 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리는 몇 cm 인가?



① $18\sqrt{3}$　② $19\sqrt{3}$　③ $20\sqrt{3}$

④ $21\sqrt{3}$　⑤ $22\sqrt{3}$

해설



$\angle AOA' = x$라하면

$$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360°} = 2\pi \times 6$$

$x = 120°$

$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\overline{AH} = a$라하면

$2 : \sqrt{3} = 18 : a,\ a = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AA'} = 2\overline{AH} = 18\sqrt{3}(\text{cm})$

12. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

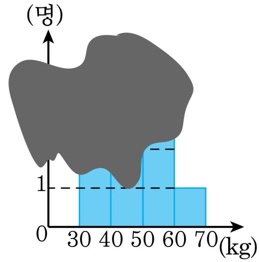
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

13. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \dfrac{20}{100} = 2(\text{명})$

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5, \quad x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$
\begin{aligned}
(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} \\
&= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\
&= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})
\end{aligned}
$$

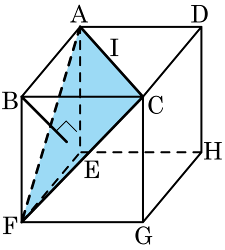
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2 \times 2 + (45-49)^2 \times 3 + (55-49)^2 \times 4 + (65-49)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

14. 한 모서리의 길이가 4 cm 인 정육면체 ABCD−EFGH 에 대하여 점 B 에서 △AFC 에 내린 수선의 길이를 h 라 할 때, h는 $a\sqrt{b}$ cm 이다. $a\times b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a\times b=4$

해설

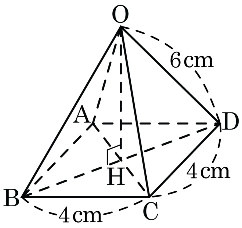
삼각뿔 F−ABC 의 부피는 $\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times\overline{BF}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times 4=\frac{32}{3}(\text{cm}^3)$

△AFC 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$cm 인 정삼각형이므로 $\triangle AFC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\frac{32}{3}=\frac{1}{3}\times8\sqrt{3}\times h\ \therefore\ h=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm 이다.

따라서 $a\times b=\frac{4}{3}\times3=4$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변이 4 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 6 cm 일 때, △OHD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $2\sqrt{14}$ cm^2

해설

□ABCD 가 정사각형이므로

$\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

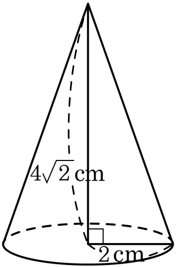
$\overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$

△OHD 의 넓이는

$S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} = 2\sqrt{14}(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : 120°

해설

원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6\ (\mathrm{cm})$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360^{\circ}} = 2\pi \times 2 \qquad \therefore\ x = 120^{\circ}$$

17. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

① $\frac{32}{3}\pi\,\text{cm}^2$　② $\frac{64}{3}\pi\,\text{cm}^2$　③ $\frac{128}{3}\pi\,\text{cm}^2$
④ $\frac{256}{3}\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $\frac{512}{3}\pi\,\text{cm}^2$

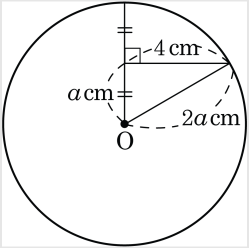
해설

구의 반지름의 길이를 2 cm 라 하면

$(2a)^2 = 4^2 + a^2$

$4a^2 = 16 + a^2$

$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$

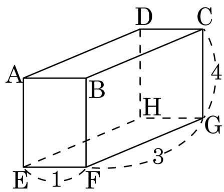


구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$ ($a^2 = \frac{16}{3}$ 대입)

$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 1, 3, 4 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

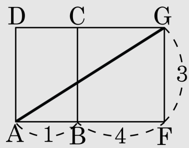
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

(i) $\overline{BC}$ 를 지날 때, $\triangle AGF$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$$

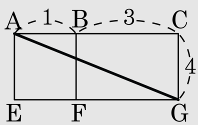
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+4)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$



(ii) $\overline{BF}$ 를 지날 때, $\triangle ACG$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

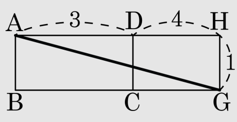
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+3)^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



(iii) $\overline{CD}$를 지날 때, $\triangle AHG$는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(4+3)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.