

1. 직선  $x+2y-3=0$  을  $x$  축,  $y$  축의 방향으로 각각  $m, n$  만큼 평행이동하면 처음 직선과 일치한다. 이 때  $m, n$  의 관계식으로 옳은 것은?

- ①  $m+2n=0$       ②  $m+2n=1$       ③  $2m+n=0$   
④  $2m-n=0$       ⑤  $2m-n=1$

해설

직선  $x+2y-3=0$  을  $x$  축,  $y$  축의 방향으로 각각  $m, n$  만큼 평행이동하면

$$(x-m)+2(y-n)-3=0$$

$$\therefore x+2y-m-2n-3=0$$

이 직선이 처음 직선  $x+2y-3=0$  과 일치하므로

$$-m-2n-3=-3$$

$$\therefore m+2n=0$$

2. 좌표평면에서 점  $(3, -1)$ 을 점  $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의해 원  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 은 원  $x^2 + y^2 = 1$ 로 옮겨진다. 이 때, 상수  $a, b, c$ 의 합  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

점  $(3, -1)$ 을 점  $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동은  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 것이다.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 에서

$x$  대신에  $x + 2$ 를,  $y$  대신에  $y - 3$ 을 대입하면

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + a(x + 2) + b(y - 3) + c = 0$$

정리하면

$$x^2 + y^2 + (a + 4)x + (b - 6)y + 2a - 3b + c + 13 = 0$$

이 식과  $x^2 + y^2 = 1$ 이 일치하므로

$$a + 4 = 0, b - 6 = 0, 2a - 3b + c + 13 = -1$$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

$$\therefore a + b + c = 14$$

해설

원  $x^2 + y^2 = 1$ 을  $x$ 축의 방향으로  $2$ 만큼,

$y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$$

전개하면  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$

$$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$$

3. 점  $(2, 3)$  을 점  $(1, 5)$  로 옮기는 평행이동  $T$  에 의하여 직선  $y = ax + b$  가 직선  $y = 3x - 2$  로 옮겨질 때, 상수  $a, b$  의 곱  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-21$

해설

평행이동  $T$  에 의하여 점  $(2, 3)$  이 점  $(1, 5)$  로 옮겨지므로  
 $T : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$  이라고 하면,

$(2, 3) \xrightarrow{T} (1, 5)$  에서

$$2 + m = 1, 3 + n = 5 \quad \therefore m = -1, n = 2$$

$$\therefore T : (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$$

따라서,  $T$  는  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,

$y$  축의 방향으로  $2$  만큼 옮기는 평행이동이다.

한편, 평행이동  $T$  에 의하여 직선  $y = ax + b$  가

옮겨지는 직선의 방정식은

$$y - 2 = a(x + 1) + b$$

$$\therefore y = ax + a + b + 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이때,  $\textcircled{1}$  이  $y = 3x - 2$  와 같아야 하므로

$$a = 3, a + b + 2 = -2$$

$$\therefore a = 3, b = -7 \quad \therefore ab = -21$$

4. 원  $x^2 + y^2 = 1$  을  $x$  축의 방향으로  $m$  만큼,  $y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 직선  $y = x + 3$  과 접하게 될 때, 양수  $m$  의 값을 구하면?

①  $2\sqrt{2} + 1$

②  $\sqrt{2} + 1$

③  $\sqrt{2}$

④  $\sqrt{2} - 1$

⑤  $2\sqrt{2} - 1$

해설

$x^2 + y^2 = 1$  을  $x$  축의 방향으로  $m$  만큼,

$y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$$(x - m)^2 + (y - 2)^2 = 1 \dots\dots\textcircled{1}$$

①이 직선  $x - y + 3 = 0$  과 접하므로

점  $(m, 2)$  와 직선  $x - y + 3 = 0$  사이의 거리가 1 이다.

$$\frac{|m - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 1$$

이것을 풀면  $m = -1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore m = -1 + \sqrt{2}$  ( $\because m > 0$ )



5. 직선  $l$  을  $x$  축의 양의 방향으로 2 만큼,  $y$  축의 양의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동 시켰더니  $x - 2y - 1 = 0$  와 겹쳤다. 직선  $l$  의 방정식은?

- ①  $x + y - 1 = 0$       ②  $x - 2y + 3 = 0$       ③  $2x + y - 1 = 0$   
④  $x - y + 5 = 0$       ⑤  $x - 2y + 7 = 0$

해설

거꾸로  $x - 2y - 1 = 0$  을  $x$  축으로  $-2$ ,  $y$  축으로  $+1$  이동시키면,  
직선  $l$  과 겹치게 된다.

$$\Rightarrow (x + 2) - 2(y - 1) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x - 2y + 3 = 0 \quad \cdots \quad l$$

6. 포물선  $y = x^2$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 후,  $y$ 축 방향으로  $n$ 만큼 평행이동하면 직선  $y = 2x + 3$ 에 접하게 된다. 이때,  $n$ 의 값을 구하면?

- ①  $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤  $\frac{5}{3}$

해설

포물선  $y = x^2$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동하면  
 $y = -x^2$  ..... ㉠  
포물선 ㉠을  $y$ 축 방향으로  $n$ 만큼 평행이동하면  
 $y - n = -x^2$  ..... ㉡  
포물선 ㉡과 직선  $y = 2x + 3$ 이 접하여야 하므로  
 $x^2 + 2x + 3 - n = 0$ 에서 판별식  
 $\frac{D}{4} = 1 - (3 - n) = 0$  이어야 하므로  $n = 2$

7. 점  $(a-4, a-2)$  를  $x$  축의 방향으로 4만큼 평행이동한 다음,  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의 거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를  $(p, q)$  라 한다.  $p^2 + q^2$  의 값을 구하여라. (단,  $a \neq 0$  )

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(a-4, a-2) \rightarrow (a, a-2)$   
( $x$  축으로 4만큼 평행이동)  
 $(a, a-2) \rightarrow (a-2, a)$   
( $y = x$  에 대칭이동)  
( $a-2, a$ ) 와 원점 사이의 거리는  
 $\sqrt{(a-2)^2 + a^2} = 2$   
 $2a^2 - 4a + 4 = 4,$   
 $\therefore a = 2$  ( $\because a \neq 0$ )  
처음 점의 좌표  $(a-4, a-2)$  에  $a = 2$  를 대입하면  
구하는 점의 좌표  $(p, q) = (-2, 0)$   
 $\therefore p^2 + q^2 = 4$

8. 원  $x^2 + y^2 = 4$ 을 평행이동  $f : (x, y) \rightarrow (x+3, y-2)$ 에 의하여 옮긴 후 다시 직선  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$

해설

주어진 평행이동은  $x$ 축의 방향으로 3만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$$

다시 직선  $y$ 축에 대하여 대칭이동할 때는  $x$  대신  $-x$ 를 대입하면 된다.

$$(-x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$\therefore (x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$$



9. 점  $A(a, b)$  를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점을 다시 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 점을 B 라고 하면 두 점 A, B 를 지나는 직선은  $x$  축에 평행하다. 이때, 선분 AB 의 길이는?

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

해설

점  $A(a, b)$  를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  
 $y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점을  
 $A'$  라고 하면  $A'(a+3, b+2)$   
다시 점  $A'$  을 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한  
점 B 는  $B(b+2, a+3)$   
이때, 직선 AB 가  $x$  축에 평행하므로  
두 점 A, B 의  $y$  좌표가 서로 같다.  
즉,  $b = a + 3 \quad \therefore B(a+5, a+3)$   
따라서, 선분 AB 의 길이는  
두 점 A, B 의  $y$  좌표의 차와 같으므로  
 $\overline{AB} = (a+5) - a = 5$

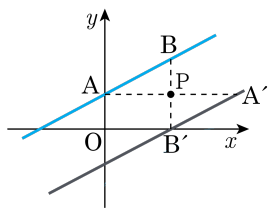
10. 점  $(1, -2)$  를 지나는 직선을 점  $(2, 3)$  에 대하여 대칭이동한 후  $x$  축에 대하여 대칭이동 하였더니 점  $(4, -4)$  를 지난다고 한다. 처음 직선의 방정식을 구하면?

- ①  $y = -4x + 2$       ②  $y = 4x + 2$       ③  $y = -4x + 4$   
④  $y = 4x + 4$       ⑤  $y = -4x + 6$

해설

$(1, -2)$  를 지나는 직선의 방정식을  
 $y + 2 = m(x - 1) \cdots \textcircled{1}$  이라 하면  
①식을 점  $(2, 3)$  에 대칭이동하면 (중점공식이용)  
 $x \rightarrow 4 - x \quad y \rightarrow 6 - y$  이므로  
 $6 - y + 2 = m(4 - x - 1), y = m(x - 3) + 8 \cdots \textcircled{2}$   
직선 ②를  $x$  축에 대칭이동하면  
 $-y = m(x - 3) + 8 \cdots \textcircled{3}$   
직선 ③이 점  $(4, -4)$  를 지나므로  
 $4 = m(4 - 3) + 8 \therefore m = -4$   
따라서 처음 직선의 방정식 ①은  
 $y + 2 = -4(x - 1), y = -4x + 2$

11. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 한 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점은 각각 A', B'이고, 직선 AB의 방정식은  $x - 2y + 4 = 0$ 이라 한다. 점 A'의 좌표가 (3, 1), 직선 A'B'의 방정식이  $y = ax + b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱은?



- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $-\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

**해설**

두 점 A', B'은 각각 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점이므로 직선 A'B'은 직선 AB의 점대칭도형이다.

즉,  $\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$ 에서  $\angle ABP = \angle A'B'P$  (엇각)이므로

$$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{A'B'}$$

따라서, 직선 A'B'의 기울기는 직선 AB의

기울기인  $\frac{1}{2}$ 과 같다.

또, 직선 A'B'은 점 A'(3, 1)을 지나므로 직선 A'B'의 방정식은

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

따라서,  $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 이므로

$$ab = -\frac{1}{4}$$

12. 포물선  $y = x^2$  을 점 P 에 대하여 대칭이동 시켰더니 포물선  $y = -x^2 + 4x - 2$  가 되었다. 이 때 점 P 의 좌표는?

㉠ (1, 1)

㉡ (1, 2)

㉢ (-1, 1)

㉣ (-1, -1)

㉤ (1, -1)

해설

두 포물선이 한 점에 대하여 서로 대칭이면

두 포물선의 꼭지점도 이 점에 대하여 서로 대칭이다.

포물선  $y = x^2$  의 꼭지점의 좌표는 O(0, 0) 이고

포물선  $y = -x^2 + 4x - 2$  의 꼭지점의 좌표는 A(2, 2) 이다.

이 때, 점 P 는 선분 OA 의 중점이므로 P 의 좌표는 P(1, 1) 이다.