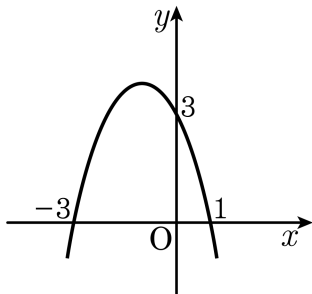


1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



① -6

② -2

③ 0

④ 4

⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x + 3)(x - 1)$

y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = -3a$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 식은

$$y = -(x + 3)(x - 1) = -x^2 - 2x + 3, b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

2. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 1

③ -3

④ 3

⑤ -5

해설

$$y = x^2 + 4x + 1$$

$$= (x + 2)^2 - 3$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값은 -3 이다.

3. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2(x-1)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \\ \therefore y &= -2x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

4. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$

② $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$

④ $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = a(x+2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.

이 중 $(0, -3)$ 을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$

$$4a = -6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

5. 세 점 $(0, 6)$, $(-1, 0)$, $(1, 8)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 2x^2 - 4x + 6$

② $y = 2x^2 + 4x + 6$

③ $y = -2x^2 - 4x + 6$

④ $y = -2x^2 + 4x + 6$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하면,

$(0, 6)$ 을 지나므로 $c = 6$

$(-1, 0)$ 을 대입하면 $0 = a - b + 6, a - b = -6$

$(1, 8)$ 을 대입하면 $8 = a + b + 6, a + b = 2$

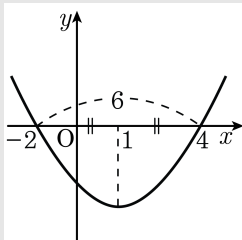
$\therefore a = -2, b = 4, c = 6$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$

6. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설



그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\ &= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ 의 최솟값 : } m &= -a^2 - 2a - 5 \\ &= -(a + 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

m 의 최댓값 : -4

8. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 100

② 121

③ 144

④ 169

⑤ 196

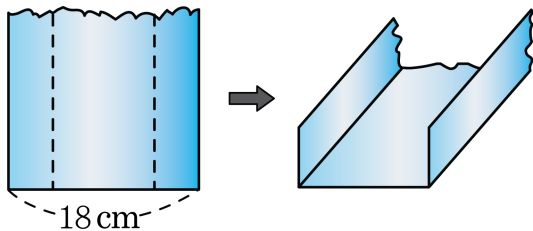
해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.

두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

9. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



- ① 4.5 cm ② 4.0 cm ③ 3.8 cm
 ④ 3.6 cm ⑤ 3.4 cm

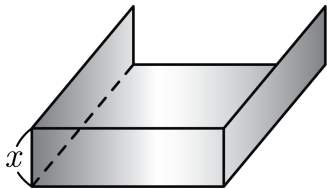
해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,
 단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$

$$y = -2x^2 + 18x = -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$$

따라서 $x = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}(\text{cm}^2)$ 를 갖는다.

10. 너비가 60 인 양철판을 아래 그림과 같이 구부려서 물받이를 만들려고 한다. 구부리는 양철판의 길이를 x 라 할 때, 단면의 넓이가 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.



① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

단면의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(60 - 2x) \\&= -2x^2 + 60x \\&= -2(x^2 - 30x + 225 - 225) \\&= -2(x - 15)^2 + 450\end{aligned}$$

$x = 15$ 일 때, 최대 넓이 450

11. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 2.5

④ 3

⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

12. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{15}{2}$ m

② 8m

③ $\frac{17}{2}$ m

④ 3m

⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

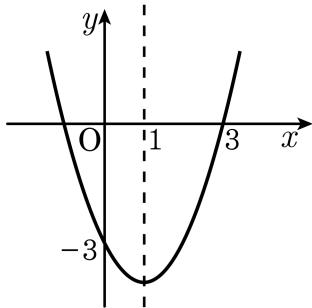
$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}$ m 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4} \text{m}^2$ 을 가진다.

13. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?



① -4

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

$$y = a(x - 1)^2 + q$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } a + q = -3 \quad \cdots \cdots (1)$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 4a + q = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

$$(2) \text{ 에서 } (1) \text{ 을 빼면, } 3a = 3$$

$$\therefore a = 1, q = -4$$

$$y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$$

따라서 $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c = -4$ 이다.

14. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1

② 5

③ -5

④ -1

⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + c$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + c$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

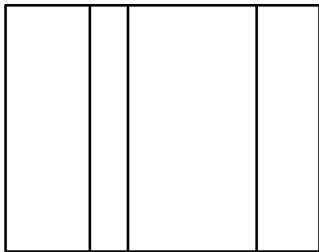
따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

15. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.