1. $(-1)^n + (-1)^{n+1}$ 의 값은? (n은 자연수)

① 0　　② -1　　③ 1　　④ -2　　⑤ 2

해설

$n = 2k : (-1)^n + (-1)^{n+1}$
$= (-1)^{2k} + (-1)^{2k+1}$
$= 0$
$n = 2k - 1 : (-1)^n + (-1)^{n+1}$
$= (-1)^{2k-1} + (-1)^{2k}$
$= 0$

해설

$n =$ 홀수일때, $n + 1 =$ 짝수,
$(-1)^n + (-1)^{n+1} = -1 + 1 = 0$
$n =$ 짝수일때, $n + 1 =$ 홀수,
$(-1)^n + (-1)^{n+1} = 1 + (-1) = 0$

2. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$　　② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$　　④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$
$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$
$=(a-b)^2-c^2$
$=a^2+b^2-c^2-2ab$

3. 다항식 $(x^2+2x-3)(3x^2+x+k)$의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수 k의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$-3x+2kx=15x$

$\therefore\ k=9$

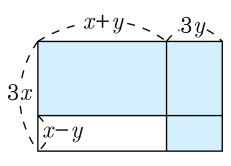
4. b, c는 상수이고, 모든 실수 x에 대하여 $(x+2)(x+b)=x^2+cx+6$을 만족하는 c의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x+2)(x+b)=x^2+cx+6$,
$x^2+(2+b)x+2b=x^2+cx+6$,
$2+b=c$, $2b=6$
$\therefore b=3$
따라서 $c=5$

5. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

6. 다항식 $x^3 + ax + b$가 다항식 $x^2 - x + 1$로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2 = x - 1$을 대입하면
$ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a = 0,\ b - 1 = 0$
$\therefore\ a = 0,\ b = 1$
$\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
$= (x^2 - x + 1)Q(x)$
$= (x^2 - x + 1)(x + b)$
$\therefore\ b = 1,\ a = 0$

7. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.
주어진 식에 $x=-1$, $x=2$를 각각 대입하면,
$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots$ ㉠
$(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면,
$m=\frac{2}{3},\ n=-\frac{13}{3}$
$\therefore\ m-n=5$

8. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$가 $x - 2$로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면
$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$
$\therefore\ 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots\cdots$ ㉠
또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면
$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$
$\therefore\ 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -13,\ b = 8$

9. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

x^2-2x-y^2+2y
$=(x^2-y^2)-2(x-y)$
$=(x+y-2)(x-y)$
$=(x+ay)(x-by+c)$
계수를 비교하면
$a=-1, b=-1, c=-2$
$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

10. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}$$
$$=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$
$$=a+1=2000$$

11. 두 다항식 x^3+1, x^3+2x^2-5x-6의 최대공약수를 구하면?

① x ② $x+1$ ③ $x+2$ ④ $x-1$ ⑤ $x-2$

해설

$x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$
$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$
따라서 최대공약수는 $x+1$

12. 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나눈 나머지를 $r(x)$라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$를 $g(x)$로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$　　② $-r(x)$　　③ 0

④ $r(x)$　　⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$를 $g(x)$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면

$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$

$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$

$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$

$= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$

여기서 $g(x)$의 차수는 $-r(x)$의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$이다.

13. 다음 식 $(3x^2 - x + 2)(4x^3 - 5x^2 + x + 1)^5$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합은?

① 4　　② -32　　③ -64　　④ 32　　⑤ 64

해설

다항식의 계수들의 총합을 구할 경우
$x = 1$을 대입한다.
$(3 - 1 + 2)(4 - 5 + 1 + 1)^5 = 4 \times 1 = 4$

14. 다항식 $f(x)$에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$일 때, $f(x)$를 $(2x-1)(3x-1)$로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x-3$

해설

구하는 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$을 각각 양변에 대입하면

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$구하는 나머지는 $12x-3$

15. x의 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지를 구하면?

① 10　　② 6　　③ 0　　④ 30　　⑤ 12

해설

$f(-1)=2$

$(x^2-x+3)f(x)=(x+1)Q(x)+R$

$x=-1$ 대입

$\therefore R=5f(-1)=5\times 2=10$

16. 이차항의 계수가 1 인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x+2$ 이고, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2(x+2)(x-1)$
② $2(x+2)(x-2)$
③ $(x+2)(x-2)$
④ $2(x+1)(x-1)$
⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$L=(x-1)(x-3)(x+2)$
두 다항식은 $(x-1)(x+2)$, $(x-3)(x+2)$
두 다항식의 합은 $2(x+2)(x-2)$

17. 다음 보기 중 $ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$	㉡ $b+c$	㉢ $a-c$

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$
$=ab^2-a^2b+ac^2-a^2c+2abc-b^2c-bc^2$
$=-(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a-bc(b+c)$
$=-(b+c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$=-(b+c)(a-b)(a-c)$
$=(a-b)(b+c)(c-a)$

18. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$= b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서
$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2+2bc+c^2-a^2$
$a^2-b^2+2bc-c^2 = -a^2+b^2+c^2+2bc$
$2a^2 = 2b^2+2c^2$
$\therefore\ a^2 = b^2+c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

19. $a+b+c=0$일 때, 다음 중 $2a^2+bc$와 같은 것은?

① $(a-c)^2$　② $(b+c)^2$　③ $(a+b)(b+c)$
④ $(a-b)(a-c)$　⑤ $(a-b)(a+c)$

해설

$2a^2+bc=2a^2-b(a+b)$ $(\because\ c=-a-b)$
$=2a^2-ab-b^2$
$=(a-b)(2a+b)$
$=(a-b)(a+b+a)$
$=(a-b)(a-c)$ $(\because a+b=-c)$

20. 다음은 유클리드 호제법 '두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나눈 나머지를 R 라 하면 A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R 의 최대공약수와 같다.' 를 보이는 과정이다.

> A, B 의 최대공약수를 G 라 하면,
> $A = Ga$, $B = Gb$ (단, a, b 는 서로소)로 나타낼 수 있다.
> A 를 B 로 나눈 몫을 Q 라 하면
> $A = BQ + R$ 에서 $Ga = GbQ + R$
> $\therefore\ R = G(a - bQ)$
> 즉, G 는 B 와 R 의 (가) 이다.
> 한편, b 와 $a - bQ$ 가 (나) 가 아니라면
> (가) m (일차이상의 다항식)이 존재하여
> $b = mk$, $a - bQ = mk'$ 이 성립한다.
> $a = mk' + bQ = mk' + mkQ = m(k' + kQ)$
> 즉, a 와 b 의 (가) m 이 존재하므로
> a 와 b 가 서로소라는 가정에 모순이다.
> 따라서 b 와 $a - bQ$ 는 (나) 이다.
> $B = Gb$, $R = G(a - bQ)$ 에서
> b 와 $a - bQ$ 가 (나) 이므로 B 와 R 의 최대공약수는 A 와 B 의 최대공약수 G 와 같다.

( )안의 (가), (나)에 알맞은 것은?

① 공약수, 공약수
② 공약수, 서로소
③ 공약수, 공배수
④ 공배수, 서로소
⑤ 공배수, 공약수

해설

A, B의 최대공약수를 G 라 하면
$A = Ga$, $B = Gb$ (단, a, b 는 서로소)이고,
A 를 B 로 나눈 몫을 Q 라 하면
$A = BQ + R$ 에서 $Ga = GbQ + R$
$\therefore\ R = (a - bQ)G$
즉, G 는 B 와 R의 공약수이다.
한편, b 와 $a - bQ$가 서로소가 아니라면
공약수인 m 이 존재하여
$b = mk$, $a - bQ = mk'$
$a = mk' - kQ = mk' + mkQ = m(k' + kQ)$
즉, a 와 b 의 공약수 m 이 존재하므로 a 와 b 가 서로소라는 것에 모순된다.
따라서 b 와 $a - bQ$ 는 서로소이다.
$B = Gb$, $R = G(a - bQ)$ 에서 a 와 $a - bQ$ 가 서로소이므로 B 와 R 의 최대공약수는 A 와 B 의 최대공약수와 같다.