

1. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 점(3, 5)가 점(8, 20)으로 이동했다고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

점(3, 5)가 점(8, 20)으로 이동하려면 x 축 방향으로 +5, y 축 방향으로 +15만큼 평행이동 해야 한다. 따라서 $a = 5$, $b = 15$

2. 점 $P_1(1, 2)$ 를 점 $P_2(-1, 4)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

- ① $(0, 0)$ ② $(1, 1)$ ③ $(4, 0)$
④ $(4, -4)$ ⑤ $(1, 2)$

해설

주어진 평행이동은 x 축 방향으로 -2 , y 축 방향으로 $+2$ 만큼 평행이동하므로 $(2-2, -2+2) = (0, 0)$ 으로 이동한다.

3. 점 $(1, 2)$ 를 점 $(-2, -1)$ 로 옮기는 평행이동에 대하여 직선 $y = -2x + k$ 로 옮겨질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

점 $(1, 2)$ 를 점 $(-2, -1)$ 로 옮기는 평행이동을
 $T : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라고 하면,
 $(1, 2) \xrightarrow{T} (-2, -1)$ 에서
 $1 + m = -2, 2 + n = -1 \quad \therefore m = -3, n = -3$
 $\therefore T : (x, y) \rightarrow (x - 3, y - 3)$
따라서, T 는 x 축의 방향으로 -3 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 옮기는 평행이동이다.
평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x - 3, y - 3)$ 에 의하여
직선 $y = -2x + k$ 는
직선 $y + 3 = -2(x + 3) + k$ 로 옮겨진다.
이 때, 이 직선이 원점을 지나므로
 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면
 $3 = -6 + k \quad \therefore k = 9$

4. 점 (1, 2)를 점 (3, -1)로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $2x - y + k = 0$ 은 점 (-1, 3)을 지나는 직선으로 옮겨진다. 이 때, 상수 k 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

점 (1, 2)를 x 축의 방향으로 2만큼,
 y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면
점 (3, -1)로 옮겨진다.
따라서, 이러한 평행이동에 의하여
직선 $2x - y + k = 0$ 을 옮기면
 $2(x - 2) - (y + 3) + k = 0$
 $\therefore 2x - y + k - 7 = 0$
이 직선이 점 (-1, 3)을 지나므로
 $2 \cdot (-1) - 3 + k - 7 = 0$
 $\therefore k = 12$

5. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - a, y - b)$ 에 의하여 옮겼더니 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프가 되었다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$y = -(x^2 - 4x + 3) = -(x^2 - 4x + 4) - 3 + 4$$
$$= -(x - 2)^2 + 1$$

평행이동 f 에 의하여

$$(y + b) = -(x + a - 2)^2 + 1$$

$y = -(x + a - 2)^2 + 1 - b$ 와 $y = -x^2 + 4$ 가 같으므로,

$$a - 2 = 0, \quad -b + 1 = 4$$

$\therefore a = 2, \quad b = -3$

$\therefore a + b = -1$

해설

$y = -(x - 2)^2 + 1$ 의 꼭지점 (2, 1)

$y = -x^2 + 4$ 의 꼭지점 (0, 4)

$f; (x, y) \rightarrow (x - 2, y + 3)$

$\therefore a = 2, \quad b = -3$

$\therefore a + b = -1$

6. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 에 의하여 점 A (1, 2) 가 점 B 로 옮겨질 때, $AB = 4\sqrt{2}$ 이고 점 B 에서 직선 $x+y-3=0$ 에 이르는 거리가 $3\sqrt{2}$ 이다. 이때, mn 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

점 A (1, 2)를 x 축 방향으로 m 만큼,
 y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점 B 는
 $B(1+m, 2+n)$ 이고,
선분 AB 의 길이가 $4\sqrt{2}$ 이므로
 $\sqrt{m^2+n^2} = 4\sqrt{2} \quad \therefore m^2+n^2 = 32$
또한, 점 B 에서 직선 $x+y-3=0$ 에
이르는 거리가 $3\sqrt{2}$ 이므로
 $\frac{|1+m+2+n-3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 3\sqrt{2}$
 $\therefore |m+n| = 6$
이 식의 양변을 제곱하면
 $m^2+2mn+n^2 = 36$
이 때, $m^2+n^2 = 32$ 이므로
 $2mn = 36-32 = 4 \quad \therefore mn = 2$

7. 포물선 $y = x^2 - 4x + 7$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 a , b 만큼 평행이동 하였더니 직선 $y = 2x + 1$ 에 접하였다. 이때, $\sqrt{a^2 + b^2}$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

해설

포물선 $y = x^2 - 4x + 7$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 a , b 만큼 평행 이동하면 포물선

$$y = (x - a)^2 - 4(x - a) + 7 + b \text{ 가 된다.}$$

이 포물선 $y = (x - a)^2 - 4(x - a) + 7 + b$ 와

직선 $y = 2x + 1$ 이 접하므로

두 식을 연립하면 $(x - a)^2 - 4(x - a) + 7 + b = 2x + 1$ 이다.

$$x^2 - 2(a + 3)x + a^2 + 4a + b + 6 = 0 \text{ 이}$$

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (a + 3)^2 - (a^2 + 4a + b + 6) = 2a - b + 3 = 0$$

$$\therefore b = 2a + 3$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (2a + 3)^2}$$

$$= \sqrt{5\left(a + \frac{6}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}} \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{6}{5} \text{ 일 때,}$$

최솟값 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 를 가진다.

8. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선 $y=x$ 위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
 $\therefore x-y = b-a \cdots \textcircled{1}$

(2) 직선 PQ 는 직선 $y=x$ 에 수직이므로 $\frac{y-b}{x-a} = -1$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면 $x = \frac{a+b}{2}, y = \frac{a-b}{2}$ 이다.

- ▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

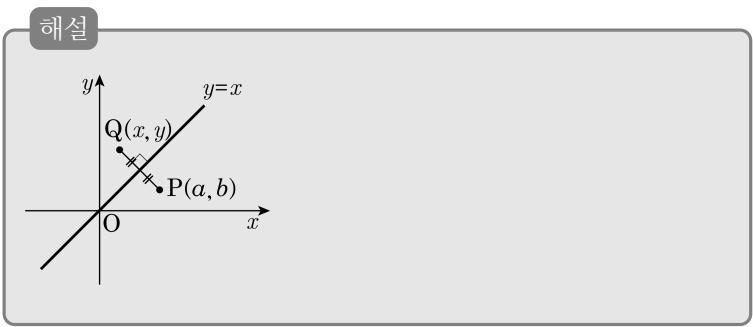
▶ 답 :

▶ 정답 : $y = x$

▶ 정답 : -1

▶ 정답 : b

▶ 정답 : a



9. 포물선 $y = x^2 - 2x$ 를 $f : (x, y) \rightarrow (x-a, y-1)$ 에 의하여 평행이동한 곡선과 직선 $y = 2x$ 와의 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = x^2 - 2x$ 를 주어진 조건에 의하여
평행이동하면 $(y+1) = (x+a)^2 - 2(x+a)$
 $y = x^2 + (2a-2)x + a^2 - 2a - 1$
이 곡선이 직선 $y = 2x$ 와 접하므로
 y 에 $2x$ 를 대입하여 정리하면
 $x^2 + (2a-4)x + a^2 - 2a - 1 = 0$ 이고
이 방정식의 두 근이 두 교점이 된다.
두 교점의 x 좌표를 x_1, x_2 라 하면
 $x_1 + x_2 = -(2a-4)$
 $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-(2a-4)}{2} = 0$ 이므로 a 의 값은 2

10. 직선 $y = 2x + k$ 를 x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 후 원점 대칭시켰더니 점 $(-1, 0)$ 을 지났다. 이때, k 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

직선 $y = 2x + k$ 를 x 축 방향으로 1,
 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨
직선의 방정식은 $y = 2(x - 1) + k - 2$ 이다.
이 직선을 원점대칭시키면 $-y = 2(-x - 1) + k - 2$
 $\therefore y = 2x - k + 4$
이 직선은 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로
대입시키면 등식이 성립한다.
따라서 구하는 k 의 값은 2 이다.

11. 직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동 한 후 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $3x - 4y + 12 = 0$

② $3x - 4y - 4 = 0$

③ $4x - 3y + 12 = 0$

④ $-4x + 3y + 12 = 0$

⑤ $-4x + 3y - 4 = 0$

해설

1) x 축으로 -1 , y 축으로 2 만큼 평행이동

$$\Rightarrow 3(x+1) - 4(y-2) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 4y + 12 = 0$$

2) $y = x$ 대칭

$$\Rightarrow -4x + 3y + 12 = 0$$

12. 직선 $y = 2x + 2$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을 l_1 ,
직선 l_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_2 라 할 때, 직선 l_2 의
방정식은?

- ① $x - 2y - 2 = 0$ ② $2x + y - 2 = 0$ ③ $x + 2y - 2 = 0$
④ $2x + y + 2 = 0$ ⑤ $x + 2y + 2 = 0$

해설

$y = 2x + 2$ 를 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 직선 l_1 은 $x = 2y + 2$,
 l_1 을 x 축에 대하여
대칭이동한 직선 l_2 는 $x = -2y + 2$ 이다.
따라서 직선 l_2 의 방정식은 $x + 2y - 2 = 0$

13. 직선 $2x - 3y - 1 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 5$ 의 넓이를 이등분하였다. 이때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ 3 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

직선 $2x - 3y - 1 = 0$ 을 원점에 대하여
대칭이동하면 $-2x + 3y - 1 = 0$
이 직선을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $-2y + 3x - 1 = 0$
 $\therefore 3x - 2y - 1 = 0$
이 직선이 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 5$ 의 넓이를
이등분하므로 원의 중심 $(1, a)$ 를 지난다.
즉, $3 - 2a - 1 = 0, 2a = 2 \quad \therefore a = 1$

14. 두 포물선 $y = x^2 - 6x + 10$ 과 $y = -x^2 + 2x - 5$ 가 점 P 에 대하여 대칭일 때, 점 P 의 좌표는?

- ① $\left(5, \frac{3}{2}\right)$ ② $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ ③ $(0, 2)$
④ $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ ⑤ $(2, 5)$

해설

$$y = x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -x^2 + 2x - 5 = -(x - 1)^2 - 4 \cdots \textcircled{2}$$

포물선 ①, ②의 꼭짓점의 좌표는

각각 $(3, 1)$, $(1, -4)$ 이고

두 포물선이 점 P 에 대하여 대칭이므로

점 P 는 두 포물선의 꼭짓점의 중점이다.

$$\frac{3+1}{2} = 2, \quad \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$$

따라서, 점 P 는 $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ 이다.

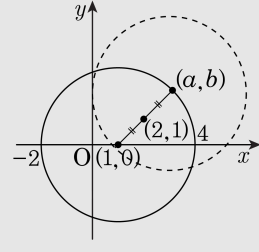
15. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$ 을 점 $(2, 1)$ 에 대하여 대칭이동 한 원의 방정식은?

- ① $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$ ② $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$
 ③ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ ④ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$
 ⑤ $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$

해설

$$x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 9$$



대칭이동한 원의 중심을 (a, b) 라 하면 $\frac{1+a}{2} = 2, \frac{0+b}{2} = 1$

$$\therefore a = 3, b = 2$$

$$\therefore (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$$

16. 도형 $y = 2x + 3$ 을 점 $(2, 3)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $2x - y + 5 = 0$

② $2x + 2y - 5 = 0$

③ $2x + y + 5 = 0$

④ $2x - y - 5 = 0$

⑤ $2x - 2y + 5 = 0$

해설

점 (a, b) 에 대하여 대칭이동하려면

$x \rightarrow 2a - x$, $y \rightarrow 2b - y$ 를 대입하면 된다. $y = 2x + 3$ 위의 점 $(0, 3)$ 과 (a, b) 의 중점 $(2, 3)$

$$\frac{0+a}{2} = 2, \frac{3+b}{2} = 3$$

$$a = 4, b = 3$$

$\therefore y = 2x + 3$ 과 기울기는 동일하며 $(4, 3)$ 지남.

$$\rightarrow y = 2x + b, (4, 3) \rightarrow 3 = 8 + b \rightarrow b = -5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

17. 원 $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ 을 점 $(4, 2)$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심은?

① $(4, 2)$

② $(9, 3)$

③ $(5, 1)$

④ $(3, 3)$

⑤ $(8, 4)$

해설

중심을 대칭이동했다고 보면 된다.

구하려는 중심을 (a, b) 라 하면

$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ 의 중심 $(-1, 1)$ 과 구하려는 중심 (a, b)

의 중점은 $(4, 2)$

따라서 두 중심의 중점인

$$\left(\frac{a-1}{2}, \frac{b+1}{2} \right) = (4, 2)$$

$$\therefore a = 9, b = 3$$

18. 직선 $2x + ay + b = 0$ 에 대하여 점 A (3, 2) 와 대칭인 점을 B (-1, 0) 이라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 A (3, 2) , B (-1, 0) 에 대하여
 $\overline{AB}$ 의 중점 (1, 1) 이
직선 $2x + ay + b = 0$ 위에 있으므로
 $2 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
직선 AB 와 직선 $2x + ay + b = 0$,
즉 $y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a}$ 가 수직이므로
$$\frac{2-0}{3-(-1)} = \frac{a}{2}$$
$$\therefore a = 1$$
이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$
$$\therefore ab = -3$$

19. P (3, 1)을 직선 $x + y + 1 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q (α , β)라 할 때 $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 1 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

직선 PQ가 $x + y + 1 = 0$ 에 수직이므로

가울기는 1이다.

$$\frac{\beta - 1}{\alpha - 3} = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

점 P, Q의 중점 $\left(\frac{\alpha + 3}{2}, \frac{\beta + 1}{2}\right)$ 이 직선

$x + y + 1 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{\alpha + 3}{2} + \frac{\beta + 1}{2} + 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\alpha = -2$, $\beta = -4$

따라서 $\alpha + \beta = -6$ 이다.

20. 두 점 A(-6, 1), B(2, 5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

두 점 A 와 B 가 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이므로

$\overline{AB}$ 의 중점 (-2, 3) 은 직선

$y = ax + b$ 위에 있다.

$$\therefore 3 = -2a + b \cdots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AB 와 직선 $y = ax + b$ 가

서로 수직이므로

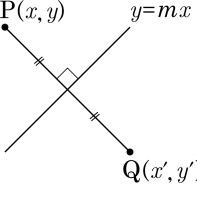
($\overline{AB}$ 의 기울기) $\times a = -1$ 에서

$$\frac{5-1}{2-(-6)} \times a = -1$$

$\therefore a = -2$ $a = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$b = -1 \therefore a + b = -3$$

21. 다음은 직선 $y = mx$ 에 대한 점 $P(x, y)$ 의 대칭점을 구하는 과정에서 빈 칸에 들어갈 수식을 순서대로 고르면?



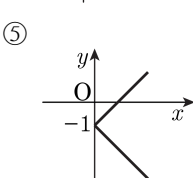
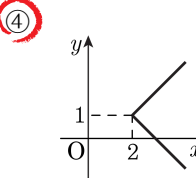
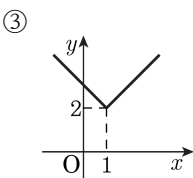
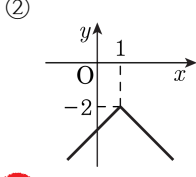
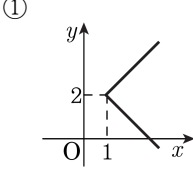
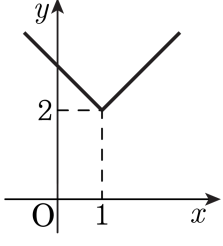
대칭점을 $Q(x', y')$ 라 하면,
 PQ 의 중점이 직선 $y = mx$ 위에 있으므로,
(가) $= m$ (나),
또한 직선 PQ 와 직선 $y = mx$ 가 직교하므로
 $\frac{y' - y}{x' - x} =$ (다)
(가), (나), (다)에 의하여
 $x' = \frac{1}{1 + m^2} \{ (1 - m^2)x + 2my \}$
 $y' = \frac{1}{1 + m^2} \{ 2mx - (1 - m^2)y \}$

- ① (가): $y + y'$, (나): $x + x'$, (다): $-\frac{1}{m}$
② (가): $\frac{y + y'}{2}$, (나): $\frac{x + x'}{2}$, (다): $-\frac{1}{m}$
③ (가): $\frac{y + y'}{2}$, (나): $\frac{x + x'}{2}$, (다): $\frac{1}{m}$
④ (가): $\frac{y + y'}{3}$, (나): $\frac{x + x'}{3}$, (다): $\frac{1}{m}$
⑤ (가): $\frac{y + y'}{3}$, (나): $\frac{x + x'}{3}$, (다): $\frac{1}{m^2}$

해설

(가), (나) : $P = (x, y), \quad Q = (x', y')$ 이므로
중점은 $\left(\frac{x + x'}{2}, \frac{y + y'}{2} \right)$ 이다.
(다): 두 직선이 직교하면 기울기의 곱이 -1 이 다.
 $\Rightarrow m \times (\text{다}) = -1$
 $\therefore (\text{다}) : -\frac{1}{m}$

22. 방정식 $f(x,y) = 0$ 이 나타내는 도형이 아래 그림과 같을 때, 다음 중 방정식 $f(y,x) = 0$ 이 나타내는 도형은?



해설

도형 $f(x,y) = 0$ 을 $y = x$ 에 대해 대칭이동하면 $f(y,x) = 0$ 이 된다.
 따라서 (1, 2) 는 (2, 1) 로 이동되며,
 도형 전부를 대칭이동하면 4 번의 그림이 된다.

23. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$
- ② $x^2 + y^2 = 1$
- ③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$
- ④ $(x + 1)^2 + y^2 = 2$
- ⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 1인 ②이다.

24. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ ② $x^2 + y^2 = 1$
③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ④ $x^2 + y^2 = 4$
⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

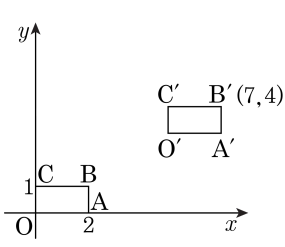
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 2인 ④이다.

25. 좌표평면에서 원점 O 와 두 점 $A(2, 0)$, $C(0, 1)$ 에 대하여 $\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 두 변으로 하는 직사각형 $OABC$ 를 평행이동하여 $O \rightarrow O', A \rightarrow A', B \rightarrow B', C \rightarrow C'$ 으로 옮겨지도록 하였다. 점 B' 의 좌표가 $(7, 4)$ 일 때, 직선 $A'C'$ 의 방정식은?



- ① $x + 2y - 10 = 0$
 ② $x + 2y - 13 = 0$
- ③ $x + 2y - 16 = 0$
 ④ $2x + 3y - 17 = 0$
- ⑤ $2x + 3y - 19 = 0$

해설

점 $B(2, 1)$ 이 점 $B'(7, 4)$ 로 옮겨지므로
 직사각형 $O'A'B'C'$ 은 직사각형 $OABC$ 를
 x 축의 방향으로 5, y 축의 방향으로 3만큼 평행 이동한 것이다.
 따라서 두 점 $A(2, 0)$, $C(0, 1)$ 은 각각 $A'(7, 3)$, $C'(5, 4)$ 로 옮겨
 지므로

$$\text{직선 } A'C' \text{ 의 방정식은 } y - 3 = \frac{4 - 3}{5 - 7}(x - 7)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$$

$$\therefore x + 2y - 13 = 0$$

해설

직선 $A'C'$ 은 직선 AC 를 평행이동한 것이므로

직선 $A'C'$ 의 기울기는 직선 AC 의 기울기인 $-\frac{1}{2}$ 이다.

한편, $\overline{AB} = \overline{A'B'} = 1$ 에서 점 A' 의 좌표는 $(7, 3)$ 이므로

이것을 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 에 대입하여 정리하면 $b = \frac{13}{2}$ 이다.

따라서 구하는 직선 $A'C'$ 의 방정식은

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2},$$

$$\therefore x + 2y - 13 = 0$$

26. 점 (1, 4) 를 지나는 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 점 (2, 5) 를 지날 때, 처음 직선의 기울기는?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

원점에 대하여 대칭이동한 직선이 점 (2, 5) 를 지나므로 처음 직선은 점 (-2, -5) 를 지난다.

따라서 처음 직선은 두 점 (1, 4), (-2, -5) 를

지나므로 구하는 기울기는 $\frac{4 - (-5)}{1 - (-2)} = 3$

27. 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = 2x$ 에 대한 대칭점을 Q, 점 Q 를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 R 이라 하면 두 점 R 과 P 가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, $3a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$Q = (X, Y)$ 라 할 때, $\overline{PQ}$ 는 $y = 2x$ 에 수직하고,
P, Q 의 중점은 $y = 2x$ 위에 존재한다.

$\Rightarrow \frac{Y-b}{X-a} \times 2 = -1, \quad \frac{Y+b}{2} = 2 \times \frac{X+a}{2}$

두 식을 연립하면, $X = \frac{4b-3a}{5}, \quad Y = \frac{4a+3b}{5}$

이제 Q 를 x 축으로 1 평행이동 시키면,

$R = \left(\frac{4b-3a+5}{5}, \frac{4a+3b}{5} \right)$

R 과 P 가 $y = x$ 대칭이므로,

$\frac{4b-3a+5}{5} = b, \quad \frac{4a+3b}{5} = a$

정리하면 $3a + b = 5, \quad a = 3b$

두 식을 연립하면, $a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{1}{2}$

$\therefore 3a + b = 5$

28. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동시키면 직선 $y = mx$ 에 접한다고 한다. 이 때, 상수 m 의 값들의 합을 구하면?

- ① $-\frac{12}{5}$
- ② $-\frac{7}{5}$
- ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{3}{5}$
- ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동시키면
 $(-x)^2 + y^2 - 6(-x) - 4y + 9 = 0$, $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$
 $\therefore (x+3)^2 + (y-2)^2 = 2^2 \dots\dots \textcircled{1}$

이때, $\textcircled{1}$ 이 직선 $mx - y = 0$ 에 접하므로 이 직선과 $(-3, 2)$ 사이의 거리는 2이어야 한다.

$\therefore, \frac{|-3m - 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2$

$9m^2 + 12m + 4 = 4m^2 + 4$

$\therefore 5m^2 + 12m = 0$

따라서, $m = 0$ 또는 $m = -\frac{12}{5}$ 이므로 그 합은 $0 + \left(-\frac{12}{5}\right) = -\frac{12}{5}$

29. 점 $(-2, 1)$ 을 직선 $y = x - 1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, ab 의 값은?

① -8 ② -6 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

두 점 $(-2, 1)$, (a, b) 를 이은 선분의
중점이 직선 $y = x - 1$ 위에 있으므로

$$\frac{1+b}{2} = \frac{-2+a}{2} - 1,$$

$$\therefore a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

또, 두 점 $(-2, 1)$, (a, b) 를 이은 직선의

$$\text{기울기가 } -1 \text{ 이므로 } \frac{b-1}{a-(-2)} = -1$$

$$\therefore a + b = -1 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 을 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

30. 두 점 A (3, 5), B (1, 1) 이 있을 때, x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되는 점 P 의 좌표와 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $P\left(\frac{5}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$
- ② $P\left(\frac{2}{3}, 0\right), \sqrt{10}$
- ③ $P(1, 0), 2\sqrt{10}$
- ④ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), \sqrt{10}$
- ⑤ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$

해설

x 축 위의 점 P 에 대하여
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되기 위해서는
세 점이 일직선상에 있어야 한다.
따라서 점 B를 x 축에 대해 대칭 이동시킨다.
이동된 점 B' (1, -1) 과 점 A 와의 거리가
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값이다.

$$\sqrt{(3-1)^2 + (5-(-1))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

이때 점 P 의 좌표는 점 B' 와 점 A 를 지나는
직선의 방정식의 x 절편이다.

즉 직선 AB' : $y - 5 = \frac{5 - (-1)}{3 - 1} (x - 3)$

$\therefore y = 3x - 4$

따라서 점 P 의 좌표는 $P\left(\frac{4}{3}, 0\right)$