1. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x)=2x-1$

$\therefore$ 상수항은 -1

2. $x^2+y^2+2xy-x-y$을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$
② $(x+y)(x-y-1)$
③ $(x-y)(x-y-1)$
④ $(x+y)(x+y-1)$
⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y$
$=(x+y)^2-(x+y)=(x+y)(x+y-1)$

3. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

4. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}$$
$$=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$
$$=a+1=2000$$

5. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$　　② $2x-1$　　③ $x-2$
④ $x+3$　　⑤ $x+1$

해설
$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$
$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$
$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$
따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

6. 세 개의 다항식 $x^3+ax+b,\ x^3+cx^2+a,\ cx^2+bx+4,$ 의 공약수 중 하나가 $x-1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② −2 ③ 3 ④ −3 ⑤ 4

해설

$f(x)=x^3+ax+b \rightarrow\ f(1)=1+a+b=0\cdots$ ㉠
$g(x)=x^3+cx^2+a \rightarrow\ g(1)=1+c+a=0\cdots$ ㉡
$h(x)=cx^2+bx+4 \rightarrow\ h(1)=c+b+4=0\cdots$ ㉢
㉠ + ㉡ + ㉢ 에서 $2(a+b+c)+6=0$
$\therefore\ a+b+c=-3$

7. 다항식 $2x^2-2y^2+3xy+5x+5y+3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

① $3x+3y-2$ ② $3x-y-4$ ③ $3x+y+4$

④ $3x+y-2$ ⑤ $3x-y+2$

해설

$2x^2+(3y+5)x-\left(2y^2-5y-3\right)$

$=\{2x+(2y+1)\}\{x-(y-3)\}$

$\therefore\ (2x+2y+1)+(x-y+3)=3x+y+4$

8. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$을 인수분해 했을 때 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-1$　　② $x+1$　　③ $x+2$

④ $(x-1)^2$　　⑤ $(x+1)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	1	-3	-1	2
		1	2	-1	-2
1	1	2	-1	-2	0
		1	3	2	
-1	1	3	2	0	
		-1	-2		
-2	1	2	0		
		-2			
	1	0			

$$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x-1)^2(x+1)(x+2)$$

9. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형
③ 정삼각형 ④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$에서

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

$a,\ b,\ c$는 실수이므로

$a-b=0,\ b-c=0,\ c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

10. $\dfrac{2006^3 - 1}{2006 \times 2007 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 2005 ② 2006 ③ 2007 ④ 2008 ⑤ 2009

해설

$a = 2006$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = \frac{a^3 - 1}{a(a+1)+1} = \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$$

$$= a - 1 = 2005$$

11. 가로의 길이가 $x$cm, 세로의 길이가 y cm, 높이가 $z$cm 인 직육면체에서 $x+y+z=10,\ x^2+y^2+z^2=46$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는 몇 cm^2 인가?

① $45\,\mathrm{cm}^2$　② $50\,\mathrm{cm}^2$　③ $54\,\mathrm{cm}^2$　④ $58\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $60\,\mathrm{cm}^2$

해설

공식 $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$ 을 이용하여
주어진 조건을 대입하면 $xy+yz+zx=27$
겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$ 이므로 54

12. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 $x^3+3x^2-10x-24$라고 한다. 이 때, 두 다항식을 바르게 구한 것은?

① $x^2-x-6,\ x^2+6x+8$　② $x^2-3x-1,\ x^2+x+8$

③ $x^2-4x+3,\ x^2-x+2$　④ $x^2-x-2,\ x^2-3x+8$

⑤ $x^2-3x-6,\ x^2+3x+7$

해설

두 다항식을 $A=aG$, $B=bG$ ($a,\ b$는 서로소)라고 하면
두 식의 최대공약수가 $x+2$이므로
$A=a(x+2)$, $B=b(x+2)$
따라서, $L=ab(x+2)$
$\qquad=x^3+3x^2-10x-24$이다.
이 때, 최소공배수 L은 최대공약수 $x+2$를 인수로 가지므로
조립제법을 이용하면
$L=(x+2)(x-3)(x+4)$
$a,\ b$는 일차식이므로
$a=x-3$, $b=x+4$ 또는 $a=x+4$, $b=x-3$
따라서, 두 다항식은
$(x-3)(x+2)=x^2-x-6$과 $(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$이다.

13. 최소공배수가 x^3-3x+2 이고, 최대공약수가 $x-1$ 일 때, 이차항의 계수가 1 인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2+x-1$　② $2x^2-x-1$　③ $2x^2-x+1$
④ x^2-x-2　⑤ x^2-x+2

해설

$L=abG,\ G=x-1$ 에서
$L=(x-1)^2(x+2)$
$A=(x-1)^2,\ B=(x-1)(x+2)$
$A+B=(x^2-2x+1)+(x^2+x-2)$
$=2x^2-x-1$

14. 두 다항식 A, B의 최대공약수를 $A\bigstar B$, 최소공배수를 $A\triangle B$라고 하자. 서로소인 두 다항 A, B식에 대하여 $\dfrac{A\triangle B}{AB\bigstar B^2}$를 간단히 한 것은?

① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설

다항식 A, B가 서로소이므로 $AB\bigstar B^2 = B$, $A\triangle B = A\times B$

$\therefore \dfrac{A\triangle B}{AB\bigstar B^2} = \dfrac{A\times B}{B} = A$

15. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\
&= (x^2-7x-18)(x^2+3x-18) + 21x^2 \\
&= \{(x^2-18)-7x\}\{(x^2-18)+3x\} + 21x^2 \\
&= (x^2-18)^2 - 4x(x^2-18) - 21x^2 + 21x^2 \\
&= (x^2-18)(x^2-4x-18)
\end{aligned}
$$

따라서 $p=-18,\ g=-4$

$\therefore pg = (-18)\times(-4) = 72$

16. x^4-11x^2+1 이 $(x^2+ax+b)(x^2+3x+b)$로 인수분해될 때, $a+b$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} x^4-11x^2+1 &= (x^2-1)^2-9x^2 \\ &= (x^2-1)^2-(3x)^2 \\ &= (x^2-3x-1)(x^2+3x-1) \\ &= (x^2+ax+b)(x^2+3x+b) \end{aligned}$$

$\therefore\ a=-3,\ b=-1$

$\therefore\ a+b=-4$

17. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 수를 x, y, z라 하면 주어진 조건으로부터

$x+y+z=0 \cdots\cdots$ ㉠

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{3}{2} \cdots\cdots$ ㉡

$x^2+y^2+z^2=1 \cdots\cdots$ ㉢

$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$이므로

㉠, ㉢에서 $0^2=1+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xy+yz+zx=-\frac{1}{2} \cdots\cdots$ ㉣

㉡에서 $\frac{xy+yz+zx}{xyz}=\frac{3}{2}$이므로

$3xyz=2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xyz=-\frac{1}{3}$

또, $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

㉠에서 $x+y+z=0$이므로

$x^3+y^3+z^3=3xyz=3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

18. 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $[a,\ b,\ c]=a^2+bc$라 하고 $x+y+z=10$, $x^2+y^2+z^2=12$일 때, $[x,\ 2y,\ z]+[y,\ 2z,\ x]+[z,\ 2x,\ y]$의 값은?

① 10 ② 22 ③ 88 ④ 100 ⑤ 144

해설

$[x,\ 2y,\ z]+[y,\ 2z,\ x]+[z,\ 2x,\ y]$
$=x^2+2yz+y^2+2zx+z^2+2xy$
$=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$
$=(x+y+z)^2=100$

19. $-a^2(b-c)-b^2(c-a)-c^2(a-b)$ 을 인수분해했을 때, 각 인수들의 합이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $a+b$　② $2a-2b$　③ $2b-2a$
④ $2b-2c$　⑤ 0

해설

a에 대한 내림차순으로 정리한다.
$-a^2(b-c)-b^2(c-a)-c^2(a-b)$
$=(c-b)a^2-(c^2-b^2)a+bc^2-b^2c$
$=(c-b)a^2-(c-b)(c+b)a+bc(c-b)$
$=(c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}$
$=(c-b)(a-b)(a-c)\cdots$㉠
$=(a-b)(b-c)(c-a)\cdots$㉡
$=(b-c)(b-a)(a-c)\cdots$㉢
$=(c-a)(b-c)(b-a)\cdots$㉣
㉠식 : 세항을 모두 더하면 $2a-2b$
㉡식 : 세항을 모두 더하면 0
㉢식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2c$
㉣식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2a$

20. 두 다항식 x^2-x+p 와 $x^3+x^2+x+(p+3)$ 이 사차의 최소공배수를 갖도록 p 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

다항식 A, B 의 최소공배수를 L , 최대공약수를 G 라 하면
$AB=GL$ 에서 G 는 1차식이다.
$\therefore$ 최대공약수는 $x+1$
$x=-1$ 을 대입하면
$2+p=0$
$\therefore\ p=-2$