1. 다항식 $f(x)=3x^3-7x^2+5x+2$를 $3x-1$로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : x^2-2x+1 , 나머지 : 3
② 몫 : x^2-2x+1 , 나머지 : 2
③ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 3
④ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 2
⑤ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.
$f(x)=(3x-1)\left(x^2-2x+1\right)+3$
$\therefore$ 몫 : x^2-2x+1, 나머지 : 3

2. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$=6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

3. $(a-b-c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca$

③ $a^2-b^2-c^2-2ab-2bc-2ca$

④ $a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

⑤ $a^2-b^2-c^2+2ab-2bc-2ca$

해설

$(a-b-c)^2$
$=a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)+2(-b)(-c)+2(-c)a$
$=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

4. $(3a+3b)-2b=3a+(3b-2b)=3a+b$에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

① 결합법칙, 결합법칙
② 교환법칙, 결합법칙
③ 교환법칙, 분배법칙
④ 결합법칙, 분배법칙
⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$(3a+3b)-2b = 3a+(3b-2b)$: 결합법칙

$= 3a+(3-2)b$: 분배법칙

$= 3a+b$

5. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x에 대한 항등식이 되도록 $a,\ b,\ c$의 값을 정하면?

① $a = 1,\ b = -1,\ c = 2$
② $a = -1,\ b = 1,\ c = -2$
③ $a = 1,\ b = 1,\ c = 2$
④ $a = -1,\ b = -1,\ c = -2$
⑤ $a = 1,\ b = -1,\ c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.
$x = 0$을 대입 $-2 = -2a \quad \therefore\ a = 1$
$x = 1$을 대입 $-3 = 3b \quad \therefore\ b = -1$
$x = -2$를 대입 $12 = 6c \quad \therefore\ c = 2$

6. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, $a+b$의 값을 구하하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+k)$라 할 수 있다.
여기에서 상수항을 비교하면 $k=3$
$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+3)$
$=x^3+3x^2+x+3$
$\therefore\ a=3,\ b=1$이므로 $a+b=4$

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)Q(x)$
$x^2=-1$을 대입하면
$-x-a+bx+3=0,\ (b-1)x+(3-a)=0$
x에 대한 항등식이므로
$a=3,\ b=1$
$\therefore\ a+b=4$

7. 어떤 일차식 $g(x)$에 대하여

$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x) = \left\{(x-\alpha)(x-\beta)\right\}^2$ 가 성립한다. 이 때, $\alpha\beta$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{우변}) &= \{(x-\alpha)(x-\beta)\}^2 \\ &= \left\{x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta\right\}^2 \\ &= x^4 - 2(\alpha+\beta)x^3 \\ &+ \left\{(\alpha+\beta)^2 + 2\alpha\beta\right\}x^2 - 2\alpha\beta(\alpha+\beta)x + \alpha^2\beta^2 \\ &= x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x)\end{aligned}$$

$g(x)$가 일차식이므로 양변의 계수를 비교하면

$-2(\alpha+\beta) = 2,\ (\alpha+\beta)^2 + 2\alpha\beta = -3$

$\therefore\ \alpha+\beta = -1,\ \alpha\beta = -2$

8. k의 값에 관계없이 $(3k^2+2k)x-(k+1)y-(k^2-1)z$의 값이 항상 1일 때, $x+y+z$의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$k^2(3x-z)+k(2x-y)-(y-z)=1$

위 식이 k의 값에 관계없이 성립하므로 k에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x-z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ z-y=1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$x=1,\ y=2,\ z=3$

$\therefore\ x+y+z=6$

9. 모든 실수 x에 대하여 $2x^3-3x^2-x+1 = a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$ 이라 할 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$2x^3-3x^2-x+1 = a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$

$x=2$를 대입하면,

$\{2\times(2)^3\}-(3\times 2^2)-2+1 = a+b+c+d$

$\therefore a+b+c+d=3$