

1.  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \times \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 4}$  을 간단히 하면 ?

- ①  $\frac{4}{x-3}$       ②  $\frac{1}{x+4}$       ③  $\frac{2}{x+2}$       ④ 1      ⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1
 \end{aligned}$$

2.  $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}}$  을 계산하면?

- ①  $-\frac{1}{a}$       ②  $-1$       ③  $1$       ④  $\frac{1}{a}$       ⑤  $a-1$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}} &= 1 - \frac{1}{\frac{1-a-1}{1-a}} \\ &= 1 - \frac{1-a}{-a} = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

3.  $(x + y) : (y + z) : (z + x) = 6 : 7 : 5$  일 때,  $\frac{x^2 - yz}{x^2 + y^2}$  의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{2}{5}$
- ②  $-\frac{4}{13}$
- ③  $\frac{2}{5}$
- ④  $\frac{4}{13}$
- ⑤  $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x + y = 6k \cdots \textcircled{1} \\ y + z = 7k \cdots \textcircled{2} \\ z + x = 5k \cdots \textcircled{3} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$ 를 해 주면  $2(x + y + z) = 18k$

$\therefore x + y + z = 9k$

$\therefore x = 2k, y = 4k, z = 3k$

$\therefore \frac{x^2 - yz}{x^2 + y^2} = \frac{4k^2 - 12k^2}{4k^2 + 16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$

4. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수  $y = \frac{2x^2}{x+1}$  의 그래프와 일치하는 것은?

①  $y = \frac{1}{x}$

②  $y = \frac{2}{x}$

③  $y = x + \frac{1}{x}$

④  $y = x + \frac{2}{x}$

⑤  $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$  이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은  $y = 2x + \frac{2}{x}$  의 그래프를  $x$  축

방향으로  $-1$ ,  $y$  축 방향으로  $-4$  만큼 이동한 것이다.

5. 함수  $y = \frac{k}{x-1} + 3$  ( $k \neq 0$ ) 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $k > 0$  이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
- ㉡  $k < 0$  이면 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
- ㉢  $k > 3$  이면 모든 사분면을 지난다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

점근선은  $x = 1, y = 3$  이다.  
㉠, ㉢ :  $0 < k \leq 3$  이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.  
 $k > 3$  이면 모든 사분면을 지난다.  
㉡ :  $k < 0$  이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.  
 $\therefore$  ㉡, ㉢ 이 참.

6. 함수  $y = \frac{ax+1}{x-1}$  의 역함수가 그 자신이 되도록  $a$  의 값을 정하면?

- ① -1      ② 1      ③ -2      ④ 2      ⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

7. 함수  $y = \frac{ax+b}{2x+c}$  가 점 (1,2) 를 지나고 점근선이  $x = 2, y = 1$  일 때,  
 $a + b + c$  의 값은?

① -8      ② -6      ③ -4      ④ -2      ⑤ 0

해설

점근선이  $x = 2, y = 1$  이므로

$$y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{k}{x-2} + 1$$

또 점 (1,2)를 지나므로

$$2 = \frac{k}{1-2} + 1 \quad \therefore k = -1$$

$$\therefore y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{-1}{x-2} + 1 = \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-6}{2x-4}$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -8$$

8. 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이 성립할 때,  $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{b^2} + |2a|$ 를 간단히 하면?

①  $-2a$

②  $a - 2b$

③  $-2a + 2b$

④  $2a - 2b$

⑤  $3a$

해설

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}} \text{ 이면 } a \geq 0, b < 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{b^2} + |2a| &= |a-b| - |b| + |2a| \\ &= a - b + b + 2a = 3a \end{aligned}$$

9.  $x^2 - 6x + 1 = 0$  일 때,  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  의 값을 구하면?

- ①  $\sqrt{2}$       ② 2      ③  $\sqrt{6}$       ④  $2\sqrt{2}$       ⑤ 4

해설

$x^2 - 6x + 1 = 0$  에서  $x \neq 0$  이므로 양변을  $x$  로 나누어 정리하면

$$x + \frac{1}{x} = 6$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = t \text{ 라 하면 } t^2 = x + \frac{1}{x} + 2$$

$$\therefore t = \pm 2\sqrt{2}$$

그런데  $\sqrt{x} > 0$ ,  $\frac{1}{\sqrt{x}} > 0$  이므로

$$t = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{2}$$

10. 무리함수  $y = \sqrt{a-x} - 1$ 의 그래프가 원점을 지나고 정의역이  $\{x \mid x \leq \alpha\}$ , 치역이  $\{y \mid y \geq \beta\}$ 일 때,  $a + \alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

주어진 무리함수의 그래프가  
점  $(0, 0)$ 을 지나므로  
 $0 = \sqrt{a-1}$   
 $\therefore a = 1$   
즉, 주어진 무리함수는  $y = \sqrt{1-x} - 1$ 이고  
 $1-x \geq 0$ 에서  $x \leq 1$ 이므로  
정의역은  $\{x \mid x \leq 1\}$   
 $\therefore \alpha = 1$   
또,  $y = \sqrt{1-x} - 1$ 에서  
 $y+1 = \sqrt{1-x} - 1$ 이므로  $y+1 \geq 0$   
치역은  $\{y \mid y \geq -1\}$   
 $\therefore \beta = -1$   
 $\therefore a + \alpha + \beta = 1$

11. 무리함수  $y = \sqrt{ax+b} + c (a > 0)$  의 정의역이  $\{ x \mid x \geq 1 \}$  이고,  
치역이  $\{ y \mid y \geq 2 \}$  일 때,  $\frac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a}$  의 최솟값을 구하면?

①  $-\sqrt{2}$

② 1

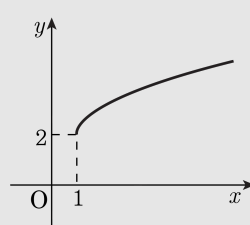
③  $2\sqrt{2}$

④  $2\sqrt{2} + 1$

⑤  $2\sqrt{2} + 2$

#### 해설

정의역과 치역의 조건에 의하여 주어진 무리함수의 그래프는 다음과 같다.  
즉  $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ 의 형태임을 알 수 있다.



$y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 비교해보면  $b = -a, c = 2$ 이다.

$$\therefore \frac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a} = \frac{2a^2 + 4 + 2a}{2a} = a + \frac{2}{a} + 1$$

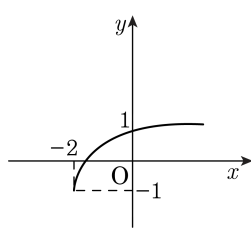
$$a > 0 \text{ 이므로 } a + \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}$$

따라서  $a + \frac{2}{a} + 1 \geq 2\sqrt{2} + 1$  이므로

최솟값은  $2\sqrt{2} + 1$  이다.

12. 함수  $y = a\sqrt{x+b} + c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와  $x$  축의 교점의 좌표는? (단,  $a, b, c$  는 상수)

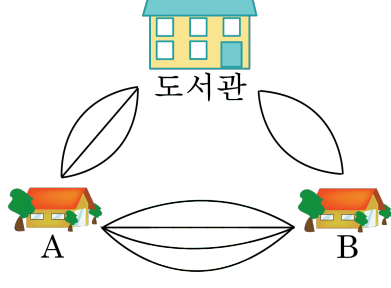
- ①  $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$       ②  $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$   
 ③  $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$       ④  $(-\sqrt{2}, 0)$   
 ⑤  $(-\sqrt{3}, 0)$



**해설**

함수  $y = a\sqrt{x+b} + c$  의 그래프는  
 함수  $y = a\sqrt{x}$  의 그래프를  
 $x$  축의 방향으로  $-b$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $c$  만큼  
 평행이동 시킨 것이므로  $b = 2, c = -1$   
 $\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$   
 한편, 이 그래프는 점  $(0, 1)$  을 지나므로  
 $1 = a\sqrt{0+2} - 1 \therefore a = \sqrt{2}$   
 따라서, 함수  $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$  의 그래프와  
 $x$  축의 교점의  $x$  좌표를 구하면  
 $0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$   
 $\Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$   
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$

13.  $A$  군의 집과  $B$  양의 집에서 도서관으로 직접 가는 길은 각각 3 가지, 2 가지가 있고,  $A$  군의 집에서 도서관을 거치지 않고  $B$  양의 집으로 가는 길은 4 가지가 있다.  $A$  군의 집을 출발하여  $B$  양의 집과 도서관을 각각 한 번씩만 들린 후 다시  $A$  군의 집으로 되돌아오는 방법의 수는?

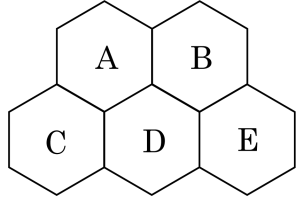


- ① 18      ② 24      ③ 36      ④ 48      ⑤ 60

해설

- ( i )  $A$  군의 집에서 도서관을 거쳐  $B$  양의 집으로 간 다음도서관을 거치지 않고  $A$  군의 집으로 되돌아오는방법의 수는  $3 \times 2 \times 4 = 24$  (가지)  
(ii)  $A$  군의 집에서 도서관을 거치지 않고  $B$  양의 집으로 간 다음 도서관을 거쳐  $A$  군의 집으로 되돌아오는방법의 수는  $4 \times 2 \times 3 = 24$  (가지)  
따라서, 구하는 방법의 수는  $24 + 24 = 48$  (가지)

14. 다음 그림의  $A, B, C, D, E$  에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



- ① 530      ② 540      ③ 550      ④ 560      ⑤ 570

해설

주어진 그림에서  $D$  는  $A, B, C, E$  와 모두 접하므로  $D$  에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.  
따라서  $D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$  의 순서로 색을 칠한다고 하면  
 $D$  는 5 가지,  $C$  는 4 가지,  $A$  는 3 가지,  $B$  는 3 가지,  $E$  는 3  
가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는  
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$  (가지)

15. 연립방정식  $\begin{cases} y = ax - b \\ y = 2ax + b \end{cases}$  에서  $ab = 8$  이다.

이 때, 연립방정식의 해  $x, y$  의 값이 정수가 되는 경우의 수를 구하면?  
(단,  $a, b$  의 값은 모두 자연수이다.)

- ① 1 가지                      ② 2 가지                      ③ 3 가지  
④ 4 가지                      ⑤ 5 가지

해설

$$\begin{cases} y = ax - b \cdots \textcircled{A} \\ y = 2ax + b \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{B} - \textcircled{A} \text{에서 } x = -\frac{2b}{a} \cdots \textcircled{C}$$

그런데  $ab = 8$  을 만족하는 자연수의 순서쌍  $(a, b)$  는  
 $(1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1)$  의 4 가지이므로 이를  $\textcircled{C}$ 에 대입하여  
 $x$  의 값을 구하면 다음과 같다.

$$(1, 8) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 8}{1} = -16$$

$$(2, 4) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 4}{2} = -4$$

$$(4, 2) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 2}{4} = -1$$

$$(8, 1) \text{ 일 때, } x = -\frac{2 \times 1}{8} = -\frac{1}{4}$$

따라서  $x, y$  의 값이 정수가 되는 경우는 모두 3 가지이다.

16. 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $x + \frac{1}{y} = 1, y + \frac{1}{z} = 1$ 이 성립할 때,  $xyz$ 의 값을 구하면?

- ①  $-1$       ②  $1$       ③  $2$       ④  $-2$       ⑤  $-\frac{2}{3}$

해설

$$x + \frac{1}{y} = 1 \cdots \textcircled{1}, y + \frac{1}{z} = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\text{에서 } \frac{1}{y} = 1 - x, y = \frac{1}{1 - x}$$

이것을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$\frac{1}{1 - x} + \frac{1}{z} = 1, z = -\frac{1 - x}{x}$$

$$\therefore xyz = x \cdot \frac{1}{1 - x} \cdot \left(-\frac{1 - x}{x}\right) = -1$$

17. 무리수  $\sqrt{k}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $a^3 + b^3 = 9ab$ 을 만족하는 양의 정수  $k$ 를 구하면?

① 6                      ② 4                      ③ 2                      ④ 1                      ⑤ 11

해설

$\sqrt{k} = a + b \quad \therefore b = \sqrt{k} - a$   
 $a^3 + b^3 = 9ab, \quad a^3 + (\sqrt{k} - a)^3 = 9a(\sqrt{k} - a)$   
 $\therefore 3a(3a - k) + \sqrt{k}(3a^2 - 9a + k) = 0$   
 $a, k$ 가 정수이므로  
 $3a(3a - k) = 0, \quad 3a^2 - 9a + k = 0$   
연립하여 풀면  
 $\therefore a = 2, \quad k = 6$

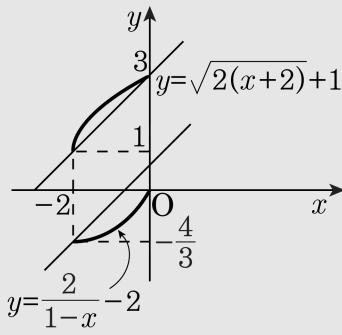
18. 정의역이  $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$  인 두 함수  $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ ,  $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여  $y = x + r$ 의 그래프가  $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고  $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때,  $r$ 은 범위가  $r_1 < r < r_2$ 라고 한다.  $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

#### 해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과  $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때,  $y = x + r$ 의 그래프가

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다

아래에 있으므로  $r < 3$

또한,  $y = x + r$ 의 그래프가

$y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

위에 있으므로  $r > \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$

따라서  $r_1 = \frac{2}{3}$ ,  $r_2 = 3$  이므로

$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$

19.  $-5 \leq x \leq 3$  일 때, 함수  $y = 2\sqrt{4-x} - 7$  의 최댓값을  $m$ , 최솟값을  $n$  라 할 때,  $m+n$  의 값은?

① -8      ② -6      ③ -4      ④ -2      ⑤ 0

해설

$$y = 2\sqrt{4-x} - 7 = 2\sqrt{-(x-4)} - 7$$

주어진 함수의 그래프는  $y = 2\sqrt{-x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 4만큼,  $y$  축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 것이므로  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소한다.

$$x = -5 \text{ 일 때, 최댓값 } m = 2\sqrt{4-(-5)} - 7 = -1$$

$$x = 3 \text{ 일 때, 최솟값 } n = 2\sqrt{4-3} - 7 = -5$$

$$\therefore m+n = -1 + (-5) = -6$$

20.  $x$  km인 길을 왕복하는데 갈 때는  $a$  km/h, 올 때는  $b$  km/h의 속력으로 걸었다. 이때, 평균속력은?

①  $\frac{x}{a+b}$

②  $\frac{a+b}{x}$

③  $x(a+b)$

④  $\frac{2ab}{a+b}$

⑤  $\frac{2(a+b)}{ab}$

해설

$$\frac{\frac{2x}{\frac{x}{a} + \frac{x}{b}}}{\frac{2x}{\frac{x}{a} + \frac{x}{b}}} = \frac{2x}{\frac{(a+b)x}{ab}} = \frac{2ab}{a+b}$$