

1. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

2. 등식 $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

3. 2가 아닌 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{ax^2+4x+b}{x-2}$ 의 값이 항상 일정하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\frac{ax^2+4x+b}{x-2} &= k \text{라 하면} \\ ax^2+4x+b &= k(x-2) \\ ax^2+(4-k)x+b+2k &= 0 \\ x \text{에 대한 항등식이므로} \\ a &= 0 \\ 4-k &= 0 \text{에서 } k = 4 \\ b+2k &= 0 \text{에서 } b = -8 \\ \therefore a-b &= 8\end{aligned}$$

해설

주어진 식이 모든 x 에 대해 일정한 값을 가지려면 분자인 ax^2+4x+b 가 분모인 ' $x-2$ ' 만을 인수로 가져야 한다. 즉, 분자가 $k(x-2)$ 가 되어야 한다.

$$\begin{aligned}\frac{ax^2+4x+b}{x-2} &= \frac{4(x-2)}{x-2} = 4 \\ \therefore a &= 0, b = -8 \text{에서 } a-b = 8\end{aligned}$$

4. 등식 $(1+x+x^2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은?

- ① 28 ② 26 ③ 15 ④ 14 ⑤ 13

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3^3 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_8 - \text{㉠}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$1^3 = a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_8 - \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} : 26 = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 13$$