1. (갑)과 (을)이 어느 산을 등산하는데 A에서 출발하여 산의 정상인 B까지 올라갔다가 C지점으로 내려가려고 한다. A에서 B까지 오르는 등산로는 4개가 있고 B에서 C로 내려가는 길은 3개가 있다고 한다. 이때, (갑)과 (을)이 A에서 C까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?

① 24가지 ② 36가지 ③ 48가지

④ 72가지 ⑤ 144가지

해설

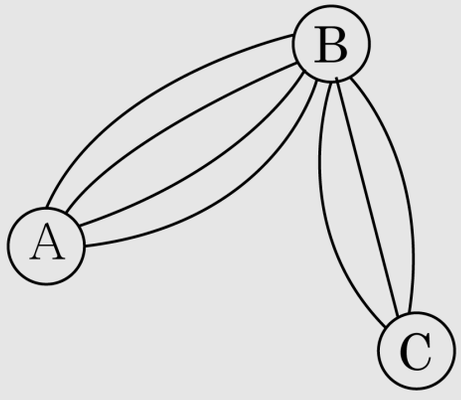
(갑)이 A → B → C 로 가는 방법 :

$4 \times 3 = 12$ (가지)

그 각각에 대하여 (을)이 A → B → C 로 가는 방법 :

$(4-1) \times (3-1) = 6$ (가지)

$\therefore 12 \times 6 = 72$ (가지)



2. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$

$120 = 6 \times 5 \times 4$ 이므로 $n = 6$

3. 'busan'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.

$3! \times 2! = 12$

4. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과
노랑을 제외한 5 개의 색 중에 3 개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

5. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

$_7C_3 = 35$

6. 500 원 짜리 동전 2 개, 100 원 짜리 동전 6 개, 10 원 짜리 동전 3 개가 있을 때, 이 동전의 일부 또는 전부를 써서 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

500 원 짜리 동전 2 개로 0, 1, 2 개의 3 가지로 지불할 수 있으므로 500 원 짜리 동전의 지불방법의 수는 3 가지이다.
마찬가지로 생각하면 100 원 짜리는 7 가지, 10 원 짜리는 4 가지씩의 지불방법이 있다.
그런데 모두 하나도 지불하지 않는 경우는 제외해야 하므로
$a = 3 \times 7 \times 4 - 1 = 83$ (가지)
또, 500 원 짜리 동전을 모두 100 원 짜리 동전 5 개로 생각하면, 100 원 짜리 동전 16 개, 10 원 짜리 동전 3 개를 써서 지불할 수 있는 금액의 수는
$b = 17 \times 4 - 1 = 67$ (가지)
$\therefore a - b = 16$

7. 다음 그림과 같이 모양이 서로 다른 세 개의 주머니에 $1, 2, 3$ 이 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다.

이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우의 수는 3 개이다.
㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 6 개이다.
㉢ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는 18 개이다.

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡,㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우는
$(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)$ 즉, 3 개 (참)
㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(참)
㉢ 세 개의 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내는 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 이므로 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는, $27 - 3 - 6 = 18$ (참)
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

8. 자연수 n 에 대하여 원소가 $2n$ 개인 집합 S 에서 2 개의 원소를 뽑는 경우의 수 ${}_{2n}C_2$ 를 다음과 같은 방법으로 구하였다.

> S 를 원소가 n 개이고 서로소인 두 집합 A 와 B 로 나누고, 다음과 같은 경우를 생각한다.
> (i) A 와 B 중 한 집합에서만 두 개의 원소를 뽑는 경우
> (ii) A 와 B 각 집합에서 원소를 뽑는 경우
> (i) 의 경우의 수는 (가) 이고 (ii) 의 경우의 수는 (나) 이다.
> (i) 과 (ii) 둘 중에서 한 가지 경우만 일어날 수 있으므로 합의법칙에 의하여 ${}_{2n}C_2 =$ (가) + (나) 이다.

위에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 차례로 적으면?

① ${}_nC_2 \times {}_nC_2$, ${}_nC_1 \times {}_nC_1$

② ${}_{2n}C_2$, ${}_nC_1 \times {}_nC_1$

③ $3{}_nC_2$, ${}_nC_1 \times {}_nC_1 - {}_nC_2$

④ ${}_{2n}C_2$, ${}_nC_1 \times {}_{n-1}C_1$

⑤ ${}_nC_2 - {}_nC_1$, ${}_{2n}C_2$

해설

9. $X = \{2, 4, 6\}$ 에서 $Y = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 > x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 인 함수의 개수는?

① 6개 ② 10개 ③ 12개 ④ 15개 ⑤ 20개

해설

Y 의 원소 6개 중 X 의 원소 $2, 4, 6$ 에 대응될 원소 3개를 뽑으면 된다.

$\therefore \ {}_6C_3 = 20$

10. 자동차 판매 사원 10 명을 강원도, 경기도, 경상도, 전라도, 충청도의 각 도에 2 명씩 일정하게 배치하는 방법은 몇 가지인가?

① 113400 가지 ② 21230 가지 ③ 476290 가지

④ 798090 가지 ⑤ 983020 가지

해설

사람을 모두 다르게 간주 하면, 5^{10}

2 명씩 배치하는 경우는

${}_{10}C_2 \cdot {}_8C_2 \cdot {}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_2 = 113400$ (가지)

해설

강원도를 a , 경기도를 b , 경상도를 c ,

전라도를 d , 충청도를 e 라고 했을 때,

$aabbccddee$ 를 나열하는 방법의 수이므로,

$\therefore \dfrac{10!}{(2!)^5} = 113400$ (가지)

11. 남자 아이 4명과 여자 아이 3명이 일렬로 서서 기차놀이를 하려하고 있다. 단 여자 아이들은 연속해서 줄세우지 않고 기차를 만든다면 몇 가지의 기차를 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 1440 가지

해설

남자아이 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
남자아이들 사이 및 양끝에 5 개의 자리 중 3 개의 자리에
여자아이를 세우는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

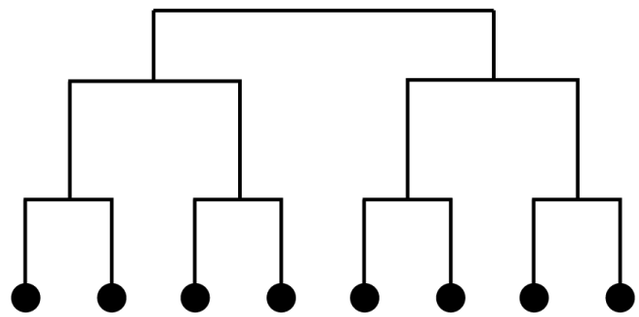
12. 남학생 3 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 여학생 3 명 중 적어도 2 명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144 ② 240 ③ 432 ④ 576 ⑤ 720

해설

6 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$
여학생 3 명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3 명을 세우고, 남학생 3 명 사이 및 양끝 4 개의 자리에 여학생 3 명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$
따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

13. 세계 피파 랭킹 1 위에서 8 위까지의 총 8 개 나라가 참가한 축구 경기에서 그림과 같은 토너먼트로대진표를 만든다고 한다. 두 나라가 경기를 하면 랭킹이 높은 나라가 반드시 이긴다고 할 때, 랭킹4 위인 나라가 결승전에 나갈 수 있도록 대진표를 만드는 방법의 수는?



① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 42

해설

4 명씩 두 조로 나누어 생각해보면 결승전에 나가려면 1 ~ 3 위 팀과는 같은 조에 들어가면 안된다. 두 조는 구별이 되지 않으므로 5 ~ 8 위 팀중 한 팀을 골라 1 ~ 3 위 팀 조에 넣으면 두 조가 완성이 된다. $\Rightarrow {}_4C_1 = 4$

이제 각 조 내에서 배열하는 방법 수는

$\Rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \therefore 4 \times 3 \times 3 = 36$

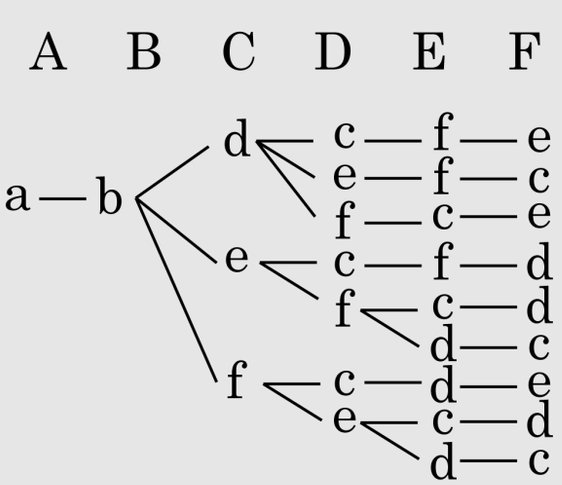
14. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1 장씩 나누어 줄 때 6 명 중 어느 2 명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

① 60 가지 ② 85 가지 ③ 120 가지

④ 135 가지 ⑤ 145 가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.



$\therefore (A, B)$ 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

$\therefore$ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

15. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84 ② 94 ③ 102 ④ 106 ⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$\therefore {}_9C_4 = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$ (가지)

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4C_4 = 1$
3	1		${}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$
2	2		${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$
	1	3	${}_2C_1 \times {}_3C_3 = 2$
	2	2	${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (1 + 8 + 6 + 2 + 3) = 106$ (가지)