1. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

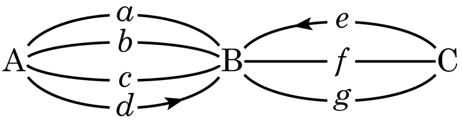
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$216 = 2^3 \times 3^3$,

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$

따라서 공약수의 개수는 $(3+1)(2+1) = 12$

2. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개

④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \to B,\ B \to C,\ C \to B,\ B \to A$ 의 길의 가지수는 각각 $4, 2, 3, 3$ 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

3. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12　　② 14　　③ 16　　④ 18　　⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는
${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

4. ${}_{n}C_{4} = {}_{n}C_{6}$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$n = 4 + 6 = 10$

5. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설

$_{10}C_5 \times _5C_5 \times \frac{1}{2!} = 126$ (가지) $\Leftarrow$ 5 명씩 2 패

6. 15 명의 학생을 5 명, 5 명, 5 명의 3개조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 126126 가지

해설

$${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!}$$

7. 5원 짜리 동전 4개, 10원 짜리 동전 2개, 100원 짜리 동전 1개를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 수 있는 지불금액의 수는 몇 가지인가?

① 10　② 13　③ 17　④ 22　⑤ 26

해설

5원 짜리 동전 4개이면 10원 짜리 동전 2개와 같으므로 금액이 중복된다.
10원 짜리 동전 2개를 5원 짜리 동전 4개로 바꾸면 5원 짜리 동전 8개, 100원 짜리 동전 1개가 되고 지불 방법의 수는
$(8+1)\times(1+1)=18$(가지)
돈이 0원이면 지불하는 것이 아니므로
$18-1=17$(가지)

8. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

$_4P_2 = 12$

9. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400 ② 3456 ③ 3500 ④ 3546 ⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$\Rightarrow 4! = 24$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$

10. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144　　② 288　　③ 864　　④ 1526　　⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 4! (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 3! (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

11. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$\therefore \dfrac{5!}{2!} = 60$

12. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

① 12개　② 16개　③ 20개　④ 24개　⑤ 30개

해설

$23\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 2개

$24\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 2개

$3\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 6개

$4\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 6개

$\therefore 2+2+6+6=16$(개)

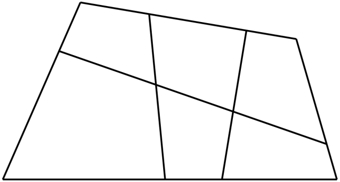
13. 123456과 같이 자릿수가 낮을수록 각 자리의 숫자가 커지는 여섯 자리의 자연수의 개수는?

① 76 ② 80 ③ 84 ④ 86 ⑤ 88

해설

$1 \sim 9$ 까지의 숫자 중에서 6개를 선택하여 자리수가 낮을수록 각 자리의 숫자가 커지도록 배열하면된다. ${}_9C_6 = 84$

14. 아래 그림과 같이 가로로 3개의 선분과 세로로 4개의 선분이 만나고 있다. 만들 수 있는 사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18개

해설

3개의 가로선 중 2개를 택하고, 4개의 세로선 중 2개를 택하면 사각형이 결정된다.
따라서 구하는 사각형의 개수는
$_3C_2 \times _4C_2 = 3 \times 6 = 18$

15. 1 부터 9 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 아홉 장의 카드가 있다. 이 중 4 장의 카드를 뽑아 갑에게 2 장, 을에게 2 장을 주었을 때, 뽑힌 4 장 중 제일 작은 수가 적힌 카드가 갑에게 있을 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 378 가지

해설

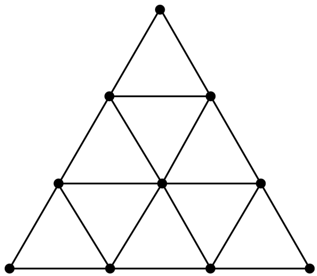
9장 중 4장의 카드를 뽑는 방법의 수는

$$ {}_9C_4 = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 126 $$

뽑힌 4장의 카드 중 제일 작은 수의 카드는 갑에게 주고, 나머지 3장 중 1장의 카드만 갑에게 주면 나머지 2장은 을에게 간다.

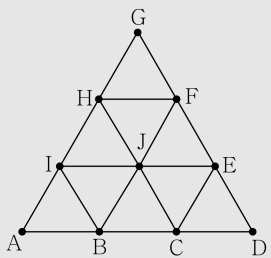
$\therefore\ {}_9C_4 \cdot {}_3C_1 = 378$

16. 다음 그림과 같은 형태의 정삼각형들의 꼭짓점으로 이루어진 10 개의 점이 있다. 이들 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는?



① 12 개 ② 14 개 ③ 18 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설



서로 다른 10 개의 점 중에서 두 점을 택하면
직선이 되므로, ${}_{10}C_2 = 45$, 그런데 위 그림에서
네 점 A, B, C, D 중 어떤 두 점을 택하여
직선을 그려도 모두 동일한 직선이 된다.
A, B, C, D 네 점 중 두 점을 택하는 경우의
수 ${}_4C_2 = 6$ 가지와 I, J, E 세 점 중 두 점을 택하는 경우의 수
${}_3C_2 = 3$ 가지가 각각 동일한 직선이 된다.
다른 두 방향에 대해서도 동일하므로 한 직선이 중복되어 계산된
경우의 수는 $({}_4C_2 +{}_3 \mathrm{C}_2 - 2) \times 3 = 21$(가지) 이다.
따라서 구하는 직선의 수는 $45 - 21 = 24$(개)

17. 7 층짜리 건물의 1 층에서 7 명이 승강기를 함께 탄 후 7 층까지 올라가는 동안 각각 2 명, 2 명, 3 명이 내리는 방법의 수는?

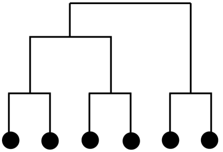
▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 12600 개

해설

7 명을 2 명, 2 명, 3 명씩 3 개의 조로
나누는 방법의수는
$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 105$$
3 개의 조가 2 층부터 7 층까지 6 개의 층 중
3 개의 층에서 각각 내리므로 구하는 방법의 수는
$105 \times {}_6P_3 = 12600$

18. 지난 대회 우승 팀 A 가 먼저 배정을 받은 다음 그림과 같은 토너먼트 방식의 대진표에서 제비뽑기를 하여 5 개의 팀을 결정하기로 할 때, 가능한 모든 경우의 수는?



① 15 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 30

해설

A 팀과 게임을 할 팀을 뽑는 방법의 수는

${}_5\mathrm{C}_1 = 5$ (가지)

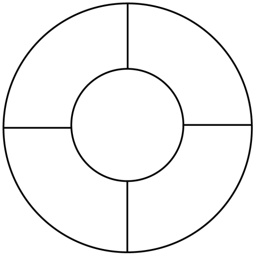
그 각각의 경우에 대하여 나머지 4 팀을

(2 팀, 2 팀) 으로 편성하는 방법의 수는

$${}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 3 = 15$ (가지)

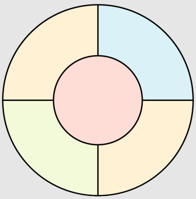
19. 다음의 원형 판에 서로 다른 4 가지의 색을 칠하려고 한다. 접한 부분은 서로 다른 색을 칠하고, 4 가지 색을 모두 사용한다고 할 때, 칠하는 방법의 수는? (단 회전해서 같은 모양이 나오면 같다고 생각한다.)



① 12　② 16　③ 20　④ 23　⑤ 24

해설

접한 곳은 다른 색을 칠하고 4 가지 색을 모두 사용하기 위해서는 서로 마주 보는 부분 1 쌍은 항상 같은 색이어야 한다.



또한 서로 다른 색인 마주보는 1 쌍은 서로 자리를 바꾸어도 같은 경우가 되므로, 가운데 부분부터 선택할 수 있는 각 색의 수는

$$\frac{4\times3\times2\times1}{2}=12$$

$\therefore$ 12 가지

20. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 102 개

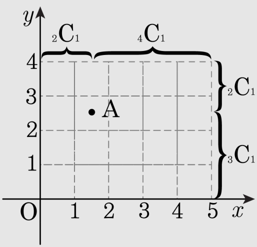
해설

6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와
5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로
만들어지는 직사각형의 총 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 150\ (\text{개})$$

이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의

개수는 $({}_2C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_3C_1) = 8 \times 6 = 48$ (개)



따라서, 구하는 직사각형의 개수는 $150 - 48 = 102$ (개)