

1. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

① n

② $3n - 2$

③ $2n + 1$

④ n^2

⑤ $(n + 1)^2$

해설

$$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$$

$$\therefore a_n = n^2$$

2. 집합 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow \text{등차수열}$$

① 공차가 2인 경우 (4가지)

2, 4, 6 4, 6, 8 6, 8, 10 8, 10, 12

② 공차가 4인 경우 (2가지)

2, 6, 10 4, 8, 12

3. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 제 50 항의 값은?

2, 7, 12, 17, 22 ...

① 227

② 237

③ 247

④ 257

⑤ 267

해설

주어진 수열은 첫째항이 2이고, 공차가 5인

등차수열이므로 $a_n = 5n - 3$

$\therefore a_{50} = 5 \cdot 50 - 3 = 247$

4. 세 수 $5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

$5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 등차수열을 이루면 $4 - x$ 가 등차중항이므로

$$4 - x = \frac{(5 - 2x) + (6 + 3x)}{2}$$

$$2(4 - x) = 5 - 2x + 6 + 3x$$

$$8 - 2x = 11 + x$$

$$-3x = 3 \quad \therefore x = -1$$

5. 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 0이 아닌 등차수열이고, $a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 20$ 일 때, $a_2 + a_8$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 을 차례로 $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ 로 놓으면

$$a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 5a = 20$$

$$\therefore a = 4$$

이때, $a_2 = a - 3d, a_8 = a + 3d$ 이므로

$$a_2 + a_8 = 2a = 8$$

6. $a_5 = 27$, $a_{11} = 15$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 27$$

$$a_{11} = a + 10d = 15$$

연립하여 풀면 $d = -2$, $a = 35$

$$\therefore a_n = 35 + (n-1) \times (-2) = -2n + 37$$

$-2n + 37 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$37 < 2n, \quad 18.5 < n$$

$$\therefore n = 19$$

$\therefore \{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은 a_{19} 이다.

7. 4와 102사이에 5개의 수를 넣어 등차수열을 만들려고 한다. 이때, 4와 102사이에 넣을 5개의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 265

해설

항의 개수가 7개 이므로 7개 항의 합을 S_7 , 구하는 수의 합을 S 라 하면

$$S = S_7 - (4 + 102) = \frac{7(4 + 102)}{2} - 106 = 265$$

8. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 S_n 인 등차수열에 대하여 $S_5 = 25$, $S_7 = 49$ 일 때, S_{10} 의 값은?

① 64

② 80

③ 92

④ 100

⑤ 120

해설

$$S_5 = \frac{5(2a + 4d)}{2} = 25 \text{에서 } a + 2d = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2} = 49 \text{에서 } a + 3d = 7 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$d = 2, a = 1$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 제 9항이 -8 이고, 첫째항부터 제 8항까지의 합이 44일 때, 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 최대가 되는가?

① 제5항

② 제6항

③ 제7항

④ 제8항

⑤ 제9항

해설

$$a_9 = a + 8d = -8$$

$$S_8 = \frac{8(2a + 7d)}{2} = 44$$

$$\begin{cases} 2a + 7d = 11 \\ 2a + 16d = -16 \end{cases}$$

$$9d = -27$$

$$d = -3$$

$$a = 16$$

$$a_n = 16 + (n-1) \cdot (-3)$$

$$= -3n + 19 < 0$$

$$19 < 3n$$

$$\frac{19}{3} < n$$

$\therefore$ 여섯번째 항까지의 합이 최대

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 5n - 1$ 일 때,
 $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

$n \geq 2$ 일 때,

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n^2 + 5n - 1 - \{(n-1)^2 + 5(n-1) - 1\}$$

$$= 2n + 4$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = 1 + 5 - 1 = 5$$

그런데 이것은 ㉠에 $n = 1$ 을 대입하여 얻은 값과 같지 않으므로
수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = 2n + 4 \quad (n \geq 2), \quad a_1 = 5$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 = 5 + 10 + 14 = 29$$

11. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 15$, $a_3 + a_4 = 240$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은?

① 189

② 192

③ 195

④ 198

⑤ 201

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_1 + a_2 = a + ar = a(1 + r) = 15 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = ar^2(1 + r) = 240 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠} \text{을 하면 } r^2 = 16 \quad \therefore r = 4 (\because r > 0)$$

이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$5a = 15 \quad \therefore a = 3$$

$$\text{따라서 } a_1 + a_4 = a + ar^3 = a(1 + r^3) = 3 \times 65 = 195$$

12. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5a_7 = 6$ 일 때, $a_2a_4a_6a_8a_{10}$ 의 값은?

① $\pm 6\sqrt{6}$

② $\pm 18\sqrt{6}$

③ $\pm 36\sqrt{6}$

④ $\pm 8\sqrt{6}$

⑤ ± 243

해설

수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이므로 a_2, a_6, a_{10} 과 a_4, a_6, a_8 그리고 a_5, a_6, a_7 은 모두 등비수열을 이룬다.

따라서 a_6 은 a_2 와 a_{10} , a_4 와 a_8 , a_5 와 a_7 의 등비중항이므로

$$\begin{aligned}a_2a_4a_6a_8a_{10} &= (a_2a_{10})(a_4a_8)a_6 \\&= a_6^2 \cdot a_6^2 \cdot a_6 \\&= a_6^5\end{aligned}$$

이때, $a_5a_7 = a_6^2 = 6$ 이므로 $a_6 = \pm\sqrt{6}$

$$\therefore a_6^5 = \pm 36\sqrt{6}$$

13. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가)에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 수열이 조화수열이면 각 항의 역수로 이루어진 수열 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{(가)}$ 이 등차수열이므로 이 등차수열의 공차는 $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ 이다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{(가)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \quad \therefore (가) = \frac{3}{2}$$

14. 첫째항이 3, 공차가 4, 항의 수가 10인 등차수열의 합 S_{10} 을 구하면?

① 150

② 170

③ 190

④ 210

⑤ 230

해설

$a = 3, d = 4, n = 10$ 이므로

$S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ 에 대입하면

$$S_{10} = \frac{10\{2 \cdot 3 + (10-1) \cdot 4\}}{2} = 210$$

15. 다음 등비수열의 일반항 a_n 은?

$$16, -8, 4, -2, \dots$$

① $8(-2)^n$

② $16(-2)^{n-1}$

③ $8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

④ $16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

⑤ $32\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

해설

주어진 수열은 첫째항이 16 이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 $a_n =$

$$16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

16. 제2항이 6, 제5항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값은? (단, 공비는 실수)

① 3^9

② $2 \cdot 3^9$

③ 3^{10}

④ $2 \cdot 3^{10}$

⑤ 3^{11}

해설

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a_2 = ar = 6 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$a_5 = ar^4 = 162 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 2, r = 3$$

따라서 등비수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2, 공비가 3이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = 2 \cdot 3^9$$

17. 2와 18의 등비중항을 x , 2와 18의 등차중항을 y 라 할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 122

② 128

③ 136

④ 146

⑤ 152

해설

x 는 2와 18의 등비중항이므로

$$x^2 = 2 \times 18 = 36$$

y 는 2와 18의 등차중항이므로

$$2y = 2 + 18 = 20$$

$$\therefore y = 10$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 36 + 100 = 136$$

18. 등비중항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, 안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$$-2, \square, -8, \square, \square, 64, \dots$$

① -11

② -12

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b 라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$

따라서 $b = 4$ 이고 공비는 -2 인 수열이 되므로 구하는 수열은
 $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$

$$\therefore 4 + 16 - 32 = -12$$

19. 세 수 a , $a + 2$, $2a + 1$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은?
(단, $a > 0$)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 a , $a + 2$, $2a + 1$ 이 이 순서로 등비수열을 이루므로

$$(a + 2)^2 = a(2a + 1)$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$(a + 1)(a - 4) = 0$$

$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

20. 등차수열 $30, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, -10$ 의 합이 210이 되도록 공차 d 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

첫째항이 30, 끝항이 -10 이고 항수가 $n+2$ 인 등차수열의 합이 210이므로

$$\frac{(n+2)\{30+(-10)\}}{2} = 210$$

$$n+2=21 \quad \therefore n=19$$

따라서 끝항은 주어진 수열의 제 21 항이므로

$$-10 = 30 + (21-1)d \quad \therefore d = -2$$