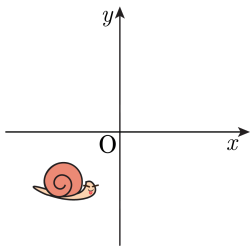


1. 직교좌표계를 사용했을 때, 달팽이의 현재 위치는  $(-10, -10)$  이다. 이 달팽이는  $x$  축 방향으로 2,  $y$  축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다고 한다. 이 달팽이가 원점에 도달하는데 걸린 시간은 몇 분인지 구하여라.



▶ 답 : 분

▷ 정답 : 5 분

#### 해설

달팽이가  $x$  축 방향으로 2,  $y$  축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다.

즉,  $(-10, -10)$  에서  $(-8, -8)$  까지 가는데 1 분,  
 $(-6, -6)$  까지 가는데 2 분, 같은 식으로 하면  
원점에 도달하는데 총 5 분이 걸린다.

2. 곡선  $y = x^2 - 2x$  를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼 평행이동하여 곡선  $y = x^2 + ax - 1$  을 얻었다.  $a + p$  의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

### 해설

곡선  $y = x^2 - 2x$  를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼  
평행 이동하면

$$y = (x - p)^2 - 2(x - p) = x^2 - 2(p + 1)x + p^2 + 2p$$

이 곡선이  $y = x^2 + ax - 1$  과 같으므로

$$-2(p + 1) = a, \quad p^2 + 2p = -1$$

$$\therefore p = -1, \quad a = 0$$

$$\therefore a + p = -1$$

3. 원  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$  을  $x$  축 방향으로  $a$ ,  $y$  축방향으로  $b$  만큼 평행이동하여 원점이 원의 중심이 되었다. 이때, 이와 같은 이동에 의하여 점  $(2, 5)$  은 어느 점으로 옮겨지는가?

①  $(0, 9)$

②  $(1, 3)$

③  $(1, 8)$

④  $(3, 5)$

⑤  $(4, 4)$

### 해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 9 \rightarrow \text{중심} : (1, -3)$$

$\therefore$  원점이 중심이 되려면

$x$  축으로  $-1$ ,  $y$  축으로  $3$  만큼 평행 이동해야 한다.

$$\Rightarrow (2-1, 5+3) \rightarrow (1, 8)$$

4. 평행이동  $f : (x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여 직선  $x + 2y - 3 = 0$ 을 이동한 결과는  $x + 2y + a = 0$ 이다. 이 때,  $a$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f$ 는  $x$ 축의 방향으로 +2,  $y$ 축의 방향으로 -3만큼 평행이동 하는 변환이므로  $(x - 2) + 2(y + 3) - 3 = 0$  으로 이동한다. 따라서  $a = 1$

5. 직선  $l$  을  $x$  축의 양의 방향으로 2 만큼,  $y$  축의 양의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동 시켰더니  $x - 2y - 1 = 0$  와 겹쳤다. 직선  $l$  의 방정식은?

①  $x + y - 1 = 0$

②  $x - 2y + 3 = 0$

③  $2x + y - 1 = 0$

④  $x - y + 5 = 0$

⑤  $x - 2y + 7 = 0$

### 해설

거꾸로  $x - 2y - 1 = 0$  을  $x$  축으로  $-2$ ,  $y$  축으로  $+1$  이동시키면,  
직선  $l$  과 겹치게 된다.

$$\Rightarrow (x + 2) - 2(y - 1) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x - 2y + 3 = 0 \quad \cdots l$$

6. 다음 도형 중  $y$  축에 대하여 대칭인 도형의 방정식은?

①  $(x-1)^2 + y^2 = 9$

②  $2x^2 - y - 5 = 0$

③  $2x - 3y + 1 = 0$

④  $x - 2y + 2 = 0$

⑤  $3(x+1)^2 + 2y - 1 = 0$

해설

$y$  축에 대해 대칭이면  $f(x) = f(-x)$  이므로  
 $x$  에  $-x$  를 넣어도 식에 변화가 없다.

$\Rightarrow$  ② :  $2x^2 - y - 5 = 0$

7. 원  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$  과 직선  $y = -x$  에 대하여 대칭인 원의 방정식은?

①  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$

②  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$

③  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

④  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$

⑤  $x^2 + y^2 = 1$

해설

$y = -x$  에 대해 대칭이므로

원의 방정식에  $x$  대신  $-y$  를,  $y$  대신  $-x$  를 대입 한다.

$$\Rightarrow (-y-1)^2 + (-x+2)^2 = 1$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$$

8. 직선  $y = -4x + 7$ 을  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을  $l_1$ , 원점에 대하여 대칭이동한 직선을  $l_2$ 라고 할 때, 두 직선  $l_1, l_2$ 의 기울기의 곱은?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{16}$       ③  $\frac{1}{16}$       ④  $1$       ⑤  $16$

해설

$$l_1 : y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}, \quad l_2 : y = -4x - 7$$

$$l_1 \text{의 기울기} : -\frac{1}{4}, \quad l_2 \text{의 기울기} : -4$$

$$\therefore \text{두 직선 } l_1, l_2 \text{의 기울기의 곱은 } -\frac{1}{4} \times -4 = 1 \text{ 이다.}$$

9. 점  $(-1, 2)$  를 원점에 대하여, 대칭 이동시킨 후,  $x$  축 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축 방향으로  $b$  만큼 평행 이동시켰다. 그 후 다시  $y = x$  에 대하여 대칭 이동시켰더니  $(3, 2)$  가 되었다. 이 때,  $ab$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (-1, 2) &\xrightarrow{\text{원점대칭}} (1, -2) \xrightarrow{x\text{축으로 } a\text{만큼 평행이동}} (1 + a, -2) \\ &\xrightarrow{y\text{축으로 } b\text{만큼 평행이동}} (1 + a, -2 + b) \\ &\xrightarrow{y=x\text{대칭}} (-2 + b, 1 + a) = (3, 2) \\ \therefore a = 1, b = 5 \end{aligned}$$

10. 포물선  $y = -x^2 - 2x$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 후  $y$ 축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

①  $(-1, 2)$

②  $(-1, -1)$

③  $(-1, 1)$

④  $(1, 2)$

⑤  $(1, 1)$

해설

$x$ 축 대칭은  $y \rightarrow -y$ 를 대입하고,  $y$ 축 평행이동은  $y \rightarrow y - 3$ 을 대입하면,

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$= (x + 1)^2 + 2$$

11. 원  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$ 을 점  $(4, 2)$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심은?

①  $(4, 2)$

②  $(9, 3)$

③  $(5, 1)$

④  $(3, 3)$

⑤  $(8, 4)$

### 해설

중심을 대칭이동했다고 보면 된다.

구하려는 중심을  $(a, b)$  라 하면

$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$ 의 중심  $(-1, 1)$ 과 구하려는 중심  $(a, b)$ 의 중점은  $(4, 2)$

따라서 두 중심의 중점인

$$\left( \frac{a-1}{2}, \frac{b+1}{2} \right) = (4, 2)$$

$$\therefore a = 9, b = 3$$

12. 직선  $y = 2x + 5$  를 직선  $y = -1$  에 대하여 대칭이동한 다음 직선  $x = 3$  에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

①  $y = 2x - 19$

②  $y = 8x + 12$

③  $y = 3x - 1$

④  $y = -4x - 5$

⑤  $y = -x + 10$

### 해설

직선  $y = 2x + 5$  를 직선  $y = -1$  에 대하여  
대칭이동한 도형의 방정식은

$y$  대신  $2 \cdot (-1) - y$  를 대입하면  $-2 - y = 2x + 5$ ,

즉  $y = -2x - 7$

이것을 다시 직선  $x = 3$  에 대하여 대칭이동한  
도형의 방정식은

$x$  대신  $2 \cdot 3 - x$  를 대입하면  $y = -2(6 - x) - 7$

$\therefore y = 2x - 19$

13. 두 점  $A(3,4), B(2,5)$  가 직선  $y = ax + b$  에 대하여 대칭일 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ -1

④ 3

⑤ 0

해설

중점이  $y = ax + b$  위의 점이므로,

$$\frac{9}{2} = a \cdot \frac{5}{2} + b \rightarrow 5a + 2b = 9$$

선분AB 와  $y = ax + b$  는 서로 수직이므로,

$$\text{선분AB 의 기울기} : \frac{4-5}{3-2} = -1$$

따라서,  $a = 1$

$$5 \cdot 1 + 2b = 9$$

$$\therefore 2b = 4 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

14. 점(3, 4)를 직선  $x - y + 2 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 구하면?

① (1, 5)

② (2, 5)

③ (3, 5)

④ (4, 5)

⑤ (6, 5)

### 해설

구하려는 점을  $(a, b)$ 라 하면,  $(3, 4)$ 와  $(a, b)$ 의 중점은  $x - y + 2 = 0$  위를 지나고, 두 점을 이은 직선과  $x - y + 2 = 0$ 은 수직이다.

따라서 중점인  $\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+4}{2}\right)$ 를  $x - y + 2 = 0$ 에 대입하면

$$a - b = -3 \cdots \textcircled{1}$$

수직조건은 기울기의 곱이  $-1$ 이므로  $x - y + 2 = 0$ 의 기울기가 1일때 두점을 지나는 기울기는  $-1$ 이다.

$$\frac{b-4}{a-3} = -1, a+b=7 \cdots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②를 연립하면  $a=2, b=5$

15. 다음 중 원  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$  을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

①  $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

②  $x^2 + y^2 = 1$

③  $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④  $(x + 1)^2 + y^2 = 2$

⑤  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$

### 해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면  
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$  에서  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$   
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은  
반지름의 길이가 1인 ②이다.

16. 다음 중 원  $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 4 = 0$  을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

①  $x^2 + y^2 = \frac{1}{5}$

②  $x^2 + y^2 = 3$

③  $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 16$

④  $(x + 1)^2 + y^2 = 4$

⑤  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{3}$

### 해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면  
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 8x + 8y + 16 = 0$  에서  $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$   
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은  
반지름의 길이가 4인 ③이다.

17. 원  $x^2 + (y-1)^2 = 36$ 의 넓이를 이등분하는 직선  $y = mx + n$ 을  $x$ 축의 방향으로 1만큼  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 원  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 49$ 의 넓이를 이등분하였다. 실수  $m, n$ 에 대하여  $m + n$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

원의 넓이를 이등분하려면

원의 중심을 지나야 하므로

$y = mx + n$ 은 점  $(0, 1)$ 을 지난다.

$$1 = n \cdots \textcircled{7}$$

직선  $y = mx + n$ 를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,

$y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$y - 2 = m(x - 1) + n$ 이 직선이

점  $(4, -3)$ 을 지나므로

$$-5 = 3m + n \cdots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧을 연립하여 풀면  $m = -2, n = 1$

$$\therefore m + n = -2 + 1 = -1$$

18. 포물선  $y = x^2$  을  $x$  축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시  $y$  축의 방향으로  $a$  만큼 평행이동시켰더니 직선  $y = x - 1$  에 접하였다. 이 때,  $a$  의 값은?

①  $-\frac{7}{4}$

②  $-\frac{5}{4}$

③  $-\frac{3}{4}$

④  $-\frac{1}{4}$

⑤ 0

해설

$y = x^2$  을  $x$  축에 대하여 대칭이동하면  $-y = x^2$  이고

이를 다시  $y$  축 방향으로  $a$  만큼 평행이동 하면,

$$-(y - a) = x^2, \quad y = -x^2 + a$$

이 곡선이  $y = x - 1$  에 접하려면

$$x - 1 = -x^2 + a, \quad x^2 + x - a - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = 1^2 - 4(-a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{5}{4}$$

19. 원  $x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$  을 직선  $y = ax + b$  에 대하여 대칭 이동하면 원  $x^2 + y^2 = c$  가 된다고 한다. 이 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① -15

② -13

③ 12

④ 17

⑤ 22

해설

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$y = ax + b \text{ 와 } (4, 2) \text{ (0, 0)}$$

선분은 서로 수직하므로

$$\frac{-2-0}{4-0} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2$$

$y = ax + b$  는  $(4, -2)$  와  $(0, 0)$  의 중점을 지나므로

$$\left( \frac{4+0}{2}, \frac{-2+0}{2} \right) = (2, -1)$$

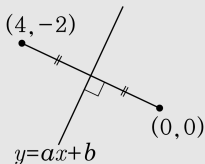
$$-1 = 2a + b$$

$$\therefore b = -5 (\because a = 2)$$

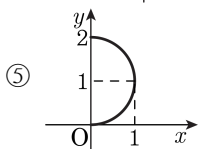
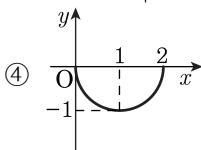
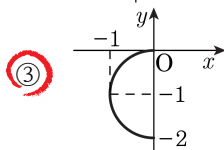
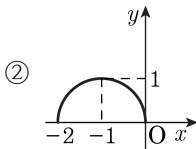
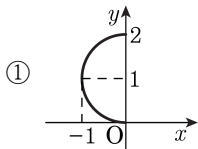
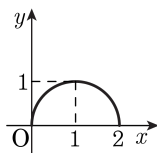
원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore a + b + c = 2 - 5 + 20 = 17$$



20. 도형  $f(x, y) = 0$  의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  
 도형  $f(-y, -x) = 0$  의 그래프로 옳은 것은?



해설

도형  $f(-y, -x) = 0$  의 그래프는

도형  $f(x, y) = 0$  의 그래프를

직선  $y = -x$  에 대하여 대칭이동 한 것이다.