

1. 우리나라 강 이름의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 한강 $\in A$
- ② 황하강 $\in A$
- ③ 라인강 $\notin A$
- ④ 섬진강 $\in A$
- ⑤ 아마존강 $\notin A$

해설

- ② 황하강은 중국의 강이다.
- ③ 라인강은 독일과 유럽을 흐르는 강이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.
- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ㉢ $a \subset \{a, b, c\}$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $B \subset A$ 이다.
- ㉢ $a \in \{a, b, c\}$

3. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $\{2\} \in A$

③ $\{1, 2, 3\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \subset A$

⑤ $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

해설

② $\{2\} \subset A$

4. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 15개일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $15 + 1 = 16$ 개이며,
 $2^n = 16 \therefore n = 4$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{\text{알, 프, 스, 소, 녀, 하, 이, 디}\}$, $B = \{\text{아, 라, 비, 안, 나, 이, 트}\}$ 에 대하여 A 와 B 의 교집합은?

① {프}

② {이}

③ {아, 이}

④ {알, 나}

⑤ {안, 이}

해설

$$A \cap B = \{\text{이}\}$$

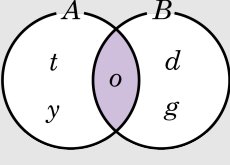
6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{t, o, y\}, A \cap B = \{o\}, A \cup B = \{t, o, y, d, g\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

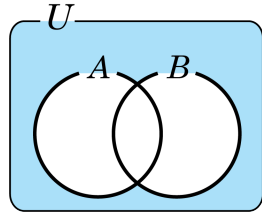
▷ 정답 : $\{o, d, g\}$

해설

집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

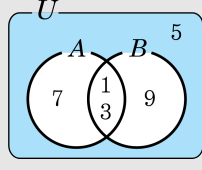


7. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 7\}, B = \{1, 3, 9\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



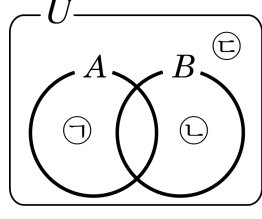
- ① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{5\}$ ④ $\{1, 3\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{5\}$ 이다.

8. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 35$, $n(A) = 20$, $n(B) = 17$, $n(A \cap B) = 10$ 일 때, $\ominus$, $\oslash$, $\oplus$ 의 원소의 개수를 차례대로 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\ominus$: 10

▷ 정답 : $\oslash$: 7

▷ 정답 : $\oplus$: 8

해설

$\ominus$ 부분을 집합으로 나타내면 $A - B$ 이므로
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 10 = 10$ 이다.
 $\oslash$ 부분을 집합으로 나타내면 $B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 17 - 10 = 7$ 이다.
 $\oplus$ 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup B)^C$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 20 + 17 - 10 = 27$ 이다.
따라서 $n((A \cup B)^C) = 35 - 27 = 8$ 이다.

9. 다음 명제 중 ‘역’이 참인 것을 고르면? (a, b, x, y 는 모두 실수)
- ① $a = 1$ 이면 $a^2 = a$
 - ② $a = b$ 이면 $a^2 = b^2$
 - ③ xy 가 홀수 이면 $x + y$ 가 짝수
 - ④ $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle B = \angle C$
 - ⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

- ① 역: $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다.(거짓, 반례: $a = 0$)
- ② 역: $a^2 = b^2$ 이면 $a = b$ 이다. (거짓, 반례: $a = 1, b = -1$)
- ③ 역: $x + y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
- ④ 역: $\angle B = \angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
- ⑤ 역: $A \cup B = A$ 이면 $A \supset B$ 이다.(참)

10. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$$

$$= 1 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} + 4 \geq 5 \cdot 2 \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

따라서 최솟값은 9이다.

(단, 등호는 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 즉 $b = 2a$ 일 때 성립)

11. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?
- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
 - ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
 - ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
 - ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
 - ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

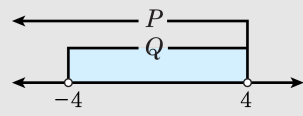
12. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

13. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

14. 다음 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 할 때, $Q^c \subset P^c$ 인 경우는?
- ① $p : x \leq 1$
 $q : x \leq 1$
 - ② $p : x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$
 $q : x = 1$
 - ③ $p : a > 0, b > 0$
 $q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1$
 - ④ $p : x$ 가 3의 배수
 $q : x$ 는 9의 배수
 - ⑤ $p : x^2 - 1 = 0$
 $q : (x + 1)^2 = 0$

해설

$Q^c \subset P^c, P \subset Q$
① $Q \subset P$
② $Q \subset P$
④ $Q \subset P$
⑤ $Q \subset P$
③ $q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1 \rightarrow a^2 - 2a + 1 + b^2 \geq 0 \rightarrow (a - 1)^2 + b^2 \geq 0$
 $\rightarrow a, b$ 는 모든 실수

15. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

해설

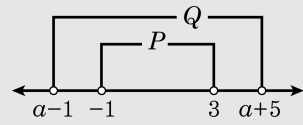
$p \rightarrow q$ 는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 와 동치임을 이용
 $\therefore x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.
 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$,
 $x = -3, 1$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.
1) $x = -3 : 9 + 3a - 6 \leq 0 \rightarrow a \leq -1$
2) $x = 1 : 1 - a - 6 \leq 0 \rightarrow a \geq -5$
 $\therefore -5 \leq a \leq -1$
따라서, $-5 + (-1) = -6$

16. 두 조건 $p: -1 < x < 3$, $q: a-1 < x < a+5$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이 되기 위해서는
 $\{x \mid -1 < x < 3\} \subset \{x \mid a-1 < x < a+5\}$ 이어야 하므로 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면 다음 그림에서 $a-1 \leq -1$ 이고 $a+5 \geq 3$



$$\therefore -2 \leq a \leq 0$$

따라서, a 의 최댓값은 0, 최솟값은 -2 이므로

$$0 + (-2) = -2$$

17. $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 24 개

해설

(i) a 을 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
(ii) d 를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 16$ (개)
(i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우
 $2^{5-2} = 8$ (개)
따라서 구하는 부분집합의 개수는
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)이다.

18. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ①

$A - B^c = A \cap B$
- ②

$A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$
- ③

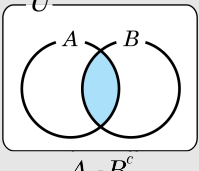
$A^c \cap (A \cup B) = A - B$
- ④

$(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$
- ⑤

$(A - B)^c = A^c \cup B$

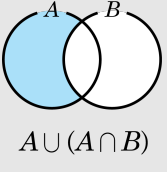
해설

①



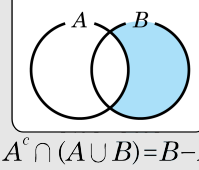
$A - B^c$

②



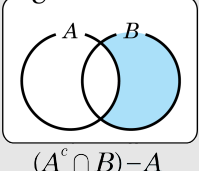
$A \cup (A \cap B)$

③



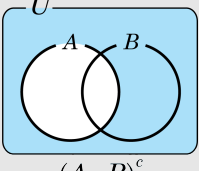
$A^c \cap (A \cup B) = B - A$

④



$(A^c \cap B) - A$

⑤



$(A - B)^c$

19. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s, \sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

- ① $p \Rightarrow q$
- ② $p \Rightarrow \sim r$
- ③ $r \Rightarrow q$
- ④ $r \Rightarrow s$
- ⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$$
$$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$$
$$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$$

20. 전체집합 $U = \{2x | x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | 5 \leq x \leq 15\}$ 일 때, $A^c \cap B^c = \emptyset, n(A \cap B) = 4$ 를 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5개

해설

$$U = \{2x | x \leq 10, x \text{ 是 자연수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

,

$$A^c \cap B^c = \emptyset \rightarrow n(A \cup B) = U \circ \lfloor \underline{1}, n$$

집합 B 는 A 의 외소 중 A 개는 반드시 포함되고 나머지 k 개는

(1) A 의 원소 중 $\{6, 8, 10, 12\}$ 를 반드시 포함하고 14는 반드시

- (1) A 의 원소 중 $\{0, 8, 10, 12\}$ 를 반드시 포함하고 14는 반드시 포함하지 않으며, A^c 의 원소 2, 4, 16, 18, 20도 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{10-4-1-5} = 1$ (개)
- (2) A 의 원소 중 $\{6, 8, 10, 14\}$ 를 반드시 포함하고 14는 반드시 포함하지 않으며, A^c 의 원소 2, 4, 16, 18, 20도 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{10-4-1-5} = 1$ (개)
- (3) A 의 원소 중 $\{6, 8, 12, 14\}$ 를 반드시 포함하고 14는 반드시 포함하지 않으며, A^c 의 원소 2, 4, 16, 18, 20도 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{10-4-1-5} = 1$ (개)
- (4) A 의 원소 중 $\{6, 10, 12, 14\}$ 를 반드시 포함하고 14는 반드시 포함하지 않으며, A^c 의 원소 2, 4, 16, 18, 20도 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{10-4-1-5} = 1$ (개)
- (5) A 의 원소 중 $\{8, 10, 12, 14\}$ 를 반드시 포함하고 14는 반드시 포함하지 않으며, A^c 의 원소 2, 4, 16, 18, 20도 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{10-4-1-5} = 1$ (개)

따라서 집합 B 의 개수는 $1 \times 5 = 5$ (개)