

1. 다음 식을 간단히 하면?

$$\begin{aligned} & {}^3\sqrt{-8} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{-8}\sqrt{-2} \\ & + \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

(주어진 식)
= ${}^3\sqrt{(-2)^3} + \sqrt{4} + \sqrt{8}i \cdot \sqrt{2}i$
+ $\frac{\sqrt{16}i}{\sqrt{4}i} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{2}}$
= $-2 + 2 + \sqrt{8 \cdot 2}i^2 + \sqrt{\frac{16}{4}} - \frac{\sqrt{6}}{2}i + \frac{\sqrt{6}}{2}i$
= $-2 + 2 - 4 + 2$
= -2
※ 참고
 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 항상 성립하는 a, b 의 부호를
생각해 보자.
 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이므로
 $\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{6}$ 이 된다고 계산할 수도 있다.
그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.
즉, $a < 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 가
성립한다.
마찬가지로 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{-\frac{10}{5}} = \sqrt{-2} = \sqrt{2}i$ 라고 함부로 계산해
서는 안 된다.
왜냐하면 $a > 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가
성립하기 때문이다.

2. 실수 x, y 에 대하여 $x + y + (xy - 1)i = 2 + i$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2, \quad xy - 1 = 1 \quad \therefore xy = 2 \\ \therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy = 0\end{aligned}$$

3. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
 $= -i + 1 + i - 1$
 $= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm\sqrt{-16} = \pm 4i$

4. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

6. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$$

$$= 2k - 2i - 2ki$$

$$= 2k - (2 + 2k)i$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

7. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$
 $= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로
 $x^2 - x - 2 = 0$, $x^2 - 3x + 2 \neq 0$
(i) $x^2 - x - 2 = 0$ 에서 $(x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$
(ii) $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2) \neq 0$
 $\therefore x \neq 1$ 또는 $x \neq 2$
따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

8. 등식 $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면

$$a(1-i) + b(1+i) = -10, (a+b) + (b-a)i = -10$$

$$\therefore a+b = -10, b-a = 0$$

9. $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$,
 $(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i$ 에서
복소수의 상등에 의하여
 $x + 3y = 1, -3x + 2y = 8$ 이고
연립하여 풀면 $y = 1, x = -2$
 $\therefore x + y = -1$

10. $i + i^3 + i^5 + i^7 + \cdots + i^{101} = a + bi$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(좌변) $= i - i + i - i + \cdots + i = i$ 이므로

$i = a + bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

11. $x = \sqrt{3} + 2i$, $y = \sqrt{3} - 2i$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 5

② 7

③ $2\sqrt{3} + 4i$

④ 12

⑤ $12 + 2\sqrt{3}i$

해설

$$x + y = 2\sqrt{3},$$

$$xy = (\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i) = 3 - 4i^2 = 7 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 7 = 5 \text{ 이다.}$$

12. $x = 1998, y = 4331$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} = 0 \end{aligned}$$

13. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉤ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
 $= (a+1+bi)(a+1-bi)$
 $= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

14. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
∴ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
∴ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
∴ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
∴ 옳다.

15. 복소수 $z = x + yi$ 를 좌표평면 위에 점 $p(x, y)$ 에 대응시킬 때, $(3 - 4i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 p 의 자취가 나타내는 도형은?

- ① 기울기가 양인 직선 ② 기울기가 음인 직선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 아래로 볼록한 포물선
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3 - 4i)z &= (3 - 4i)(x + yi) \\ &= (3x + 4y) + (-4x + 3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부 $-4x + 3y = 0$ 이다.

$$\therefore y = \frac{4}{3}x \quad (\Rightarrow \text{기울기가 양인 직선})$$

16. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 를 구할 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오.

$(1-2xi)(2-yi)=6-2i \text{ (단, } x>0 \text{)}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(2-2xy)-(4x+y)i&=6-2i \\ 2-2xy&=6, \ 4x+y=2 \\ \text{연립하여 } x \text{에 대해 정리하면} \\ 2x^2-x-1&=0 \\ (x-1)(2x+1)&=0 \\ \therefore x&=1(x>0), y=-2\end{aligned}$$

17. $f(x) = x^{61} + x^{47} + 1$ 이라고 할 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) = f(-i) = (-i)^{61} + (-i)^{47} + 1 = 1$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = f(i) = i^{61} + i^{47} + 1 = 1$$

18. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② i ③ 1 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= i, \frac{1-i}{1+i} = -i \\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005} \\ &= i^{2005} + (-i)^{2005} \\ &= (i^4)^{501} \cdot i + ((-i)^4)^{501} \cdot (-i) \\ &= i + (-i) = 0\end{aligned}$$

19. 복소수 $w = 2 - i$ 에 대하여 $\frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1}$ 의 값은? (단, $\bar{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\bar{w} &= 2 + i \\ \frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1} &= \frac{2-i}{3-i} + \frac{2+i}{3+i} \\ &= \frac{(2-i)(3+i) + (2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{14}{10} \\ &= \frac{7}{5}\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\omega + \bar{\omega} &= 4, \omega\bar{\omega} = 5 \\ \frac{w}{w+1} + \frac{\bar{w}}{\bar{w}+1} &= \frac{2\omega\bar{\omega} + \omega + \bar{\omega}}{\omega\bar{\omega} + \omega + \bar{\omega} + 1} \\ &= \frac{10+4}{5+4+1} \\ &= \frac{7}{5}\end{aligned}$$

20. $\bar{z} = -z$ 를 만족하는 z 에 대하여 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$\bar{z} = -z$ 이므로 $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$, $2a = 0$

따라서 $a = 0$ 이므로 $z = bi$

$z = bi$ 를 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi}, \bar{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{w} &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1 \end{aligned}$$

21. 복소수들 사이의 연산 $*$ 가 다음과 같다고 하자.

$$\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$$

이 때, $(1 + 2i) * z = 1$ 을 만족시키는 복소수 z 는?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1 + i$

② $1 - i$

③ $-1 + i$

④ $-1 - i$

⑤ i

해설

$z = a + bi$ 라 하면

$$(1 + 2i) * z$$

$$= (1 + 2i) + (a + bi) + (1 + 2i)(a + bi)i$$

$$= (-a - b + 1) + (a - b + 2)i = 1$$

$$-a - b + 1 = 1, \quad a - b + 2 = 0$$

$$a = -1, \quad b = 1$$

$$\therefore z = -1 + i$$

22. 복소수 z 에 대하여 $f(z) = z\bar{z}$ ($\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수)라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (w 는 복소수)

보기

- $\textcircled{\tiny \Gamma}$ $f(z) \geq 0$
- $\textcircled{\tiny \Delta}$ $f(z+w) = f(z) + f(w)$
- $\textcircled{\tiny \ominus}$ $f(zw) = f(z)f(w)$

- ① $\textcircled{\tiny \Gamma}$

② $\textcircled{\tiny \Delta}$

③ $\textcircled{\tiny \ominus}$
- ④ $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \Delta}$

⑤ $\textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \ominus}$

해설

- $\textcircled{\tiny \Gamma}$ $z = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면
 $f(z) = z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \geq 0$
- $\textcircled{\tiny \Delta}$ $f(z+w) = (z+w) \cdot (\overline{z+w}) = (z+w) \cdot (\bar{z} + \bar{w})$
 $= z\bar{z} + z\bar{w} + w\bar{z} + w\bar{w}$
 $\neq z\bar{z} + w\bar{w} = f(z) + f(w)$
- $\textcircled{\tiny \ominus}$ $f(zw) = zw \cdot (\overline{zw}) = zw \cdot \bar{z} \bar{w}$
 $= z\bar{z} \cdot w\bar{w} = f(z)f(w)$

23. 방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 w 라 할 때, $z = \frac{3w+1}{w+1}$ 이라 하면, $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① 7
- ② 6
- ③ 5
- ④ 4
- ⑤ 3

해설

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 의 한 근을 } w \text{ 라 하면, 다른 근은 } \bar{w} \text{ 이다.}$$
$$w + \bar{w} = -1, \quad w\bar{w} = 1$$
$$z\bar{z} = \frac{3w+1}{w+1} \cdot \frac{3\bar{w}+1}{\bar{w}+1}$$
$$= \frac{9w\bar{w} + 3(w + \bar{w}) + 1}{w\bar{w} + (w + \bar{w}) + 1}$$
$$= 7$$

24. $\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 z^2 의 값을 구하면?

- ① ± 1 ② $\pm 2i$ ③ ± 2 ④ $\pm i$ ⑤ 0

해설

$$\begin{cases} z = a + bi \\ z = a - bi \end{cases}$$

$$\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$$

$$\frac{\bar{z}^2 + \bar{z} + z^2 - z}{z\bar{z}} = i$$

$$\frac{a^2 - 2abi - b^2 + a - bi + a^2 + 2abi - b^2 - a - bi}{a^2 + b^2}$$

$$= i$$

$$\frac{2(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2} + \frac{-2b}{a^2 + b^2}i = i$$

$$a^2 = b^2, \frac{-2b}{a^2 + b^2} = +1$$

$$\therefore a = \pm 1, b = -1$$

$$z = \pm 1 - i, z^2 = \pm 2i$$

25. $z = \frac{1+i}{1-i}$ 일 때, $1+z+z^2+\cdots+z^{2008}$ 의 값은?

- ① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ i ⑤ 1

해설

$$z = \frac{1+i}{1-i} = i, z^2 = -1, z^3 = -i, z^4 = 1$$

(준식) : $1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2008}$

처음 네 항의 합 :

$$1+i-1-i=0$$

$$1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2008}$$

$$= 0+0+\cdots+0+z^{2008}$$

$$= z^{2008}$$

$$= (z^4)^{502}$$

$$= 1$$