1. $\dfrac{\sqrt{6}}{5\sqrt{12}}$ 의 분모를 바르게 유리화한 것은?

① $\sqrt{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

해설

$$\frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{2}\sqrt{6}} = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

2. 다음 중 $2x^2 - x - 15 = 0$과 같은 것은?

① $x - 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$
② $x + 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$
③ $x - 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$
④ $x + 5 = 0$ 또는 $2x + 3 = 0$
⑤ $x + 5 = 0$ 또는 $2x - 3 = 0$

해설

$2x^2 - x - 15 = 0$
$(2x + 5)(x - 3) = 0$
$2x + 5 = 0$ 또는 $x - 3 = 0$
$\therefore\ x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = 3$

3. $(x-2)(x+6)=4$ 를 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a=-2, b=-20$
② $a=2, b=-20$
③ $a=2, b=20$
④ $a=-2, b=-10$
⑤ $a=-2, b=10$

해설

$(x-2)(x+6)=4$
$x^2+4x-12=4$
$x^2-4x=16$, $(x+2)^2=16+4$
$(x+2)^2=20$
$\therefore a=2$, $b=20$

4. $P = a^3 + 4a^2b + 2ab^2$, $Q = -2a^2b + 3ab^2 - b^3$ 일 때, $3P - 2Q$를 계산하면?

① $3a^3 + 12a^2b + 2b^3$
② $3a^3 - 12a^2b + 2b^3$
③ $3a^3 + 16a^2b + 2b^3$
④ $3a^3 + 8a^2b + 2b^3$
⑤ $3a^3 - 8a^2b + 2b^3$

해설

$3(a^3 + 4a^2b + 2ab^2) - 2(-2a^2b + 3ab^2 - b^3)$
$= 3a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 4a^2b - 6ab^2 + 2b^3$
$= 3a^3 + 16a^2b + 2b^3$

5. 다항식 $2x^3+x^2-5x+3$을 x^2+x-1로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

$\therefore$ 몫 : $2x-1$, 나머지 : $-2x+2$

몫과 나머지의 합은 1

6. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$48 + 4a - 16 = 0$

$a = -8$

$3x^2 + 8x - 16 = 0$

$(3x - 4)(x + 4) = 0$

$x = \frac{4}{3},\ x = -4$

(구하는 값)$= \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$

7. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n-m$ 의 값을 구하여라.

$x^2-6x=m,\ (x-5)^2=n$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2-6x-m=0$ 이 중근을 가지려면 $(x-3)^2=0$ 꼴이 되어야 한다.

$\therefore\ -m=9,\ m=-9$

$(x-5)^2=n$ 이 중근을 가지려면 $n=0$ 이어야 한다.

$\therefore\ n-m=0-(-9)=9$

8. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$D = 36 - 4a = 0,\ a = 9$
$x^2 - 6x + 9 = 0$
$(x - 3)^2 = 0$
$x = 3 = b$
$\therefore a + b = 12$

9. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$　　② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$　　④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$
$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$
$=(a-b)^2-c^2$
$=a^2+b^2-c^2-2ab$

10. $\dfrac{7+6\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-4\left(\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 을 간단히 하면?

① $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$　② $\sqrt{2}+2\sqrt{3}$　③ $\sqrt{3}-2\sqrt{2}$
④ $\sqrt{3}+2\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{5}-2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{7+6\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-4\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$
$$=\frac{7\sqrt{3}+6\sqrt{18}}{3}-4\sqrt{2}-\frac{4\sqrt{3}}{3}$$
$$=\frac{3\sqrt{3}+18\sqrt{2}}{3}-4\sqrt{2}=\sqrt{3}+2\sqrt{2}$$

11. $-2+\sqrt{10}$의 정수부분을 A, 소수부분을 B라 할 때, $\dfrac{B+7A}{B-A}$의 값은?

① $\dfrac{-13-4\sqrt{10}}{3}$　② $\dfrac{13-4\sqrt{10}}{3}$　③ $-14-2\sqrt{10}$
④ $14+2\sqrt{10}$　⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

$3<\sqrt{10}<4$ 이고 $1<\sqrt{10}-2<2$ 이므로
$-2+\sqrt{10}$ 의 정수부분 $A=1$
소수부분 $B=-3+\sqrt{10}$

$$\frac{-3+\sqrt{10}+7}{-3+\sqrt{10}-1}=\frac{4+\sqrt{10}}{-4+\sqrt{10}}$$
$$=\frac{(\sqrt{10}+4)^2}{-6}$$
$$=\frac{16+10+8\sqrt{10}}{-6}$$
$$=\frac{26+8\sqrt{10}}{-6}$$
$$=\frac{13+4\sqrt{10}}{-3}$$

12. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y라고 할 때, $\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

① 1　　② $\frac{\sqrt{8}}{8}$　　③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$
④ 2　　⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2<\sqrt{8}<3$ 에서 $\sqrt{8}=2.\times\times\times\cdots=2+y$
$\therefore$ $\sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x=2$
소수 부분 $y=\sqrt{8}-2=2\sqrt{2}-2$

$$\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y+4}$$
$$=\frac{1}{2-(2\sqrt{2}-2)}+\frac{1}{2+(2\sqrt{2}-2)+4}$$
$$=\frac{1}{4-2\sqrt{2}}+\frac{1}{4+2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{(4+2\sqrt{2})+(4-2\sqrt{2})}{(4-2\sqrt{2})(4+2\sqrt{2})}$$
$$=\frac{8}{4^2-(2\sqrt{2})^2}=\frac{8}{16-8}=1$$

13. $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$
② $a^2-b^2+c^2-2bc$
③ $a^2+b^2-c^2+2ab$
④ $a^2-b^2-c^2+2bc$
⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

14. 이차방정식 $(x-5)^2 = a$ 의 한 근이 $x = 5 - \sqrt{3}$ 일 때, 다른 한 근은? (단, $a \geq 0$)

① 5　　② $3 + \sqrt{5}$　　③ $3 - \sqrt{5}$

④ $5 + \sqrt{3}$　　⑤ 3

해설

$x - 5 = \pm\sqrt{a}$

$\therefore x = 5 \pm \sqrt{a}$

$a = 3$ 이므로 다른 한 근은 $5 + \sqrt{3}$ 이다.

15. 이차방정식 $(x-2)^2=5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$(x-2)^2=5$

$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

두 근의 곱을 구하면

$(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=4-5=-1$

16. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값을 고르면?

① -14 ② 14 ③ -5 ④ 5 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x - 5 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5 \\ &= (x-3)^2 - 14 \end{aligned}$$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

17. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

① 8　　② 4　　③ 2　　④ -2　　⑤ -4

해설

$y = -2x^2 + 8x = -2(x-2)^2 + 8$
$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

18. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$　② $4x^2 - 7x + 3$　③ $4x^2 - 4x + 5$
④ $4x^2 - 8x + 2$　⑤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.
몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$
$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

19. 다항식 x^3-3x-3을 다항식 x^2-2x-1로 나누었을 때의 몫이 $ax+b$이고, 나머지가 $cx+d$이었다. 이 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x^3-3x-3=(x^2-2x-1)(ax+b)+cx+d$
에서 계수를 비교하면
$a=1,\ -b+d=-3,\ -a-2b+c=-3,\ b-2a=0$
에서 $a=1,\ b=2,\ d=-1,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c+d=1+2+(-1)+2=4$

20. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$=6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

21. 이차함수 $y = -(x-2)(x+6)$ 의 최댓값을 a 라 하고 ,그 때의 x 의 값을 b 라 할 때, $a+b$ 을 값을 구하면?

① 10　　② 12　　③ 14　　④ 16　　⑤ 18

해설

$y = -(x-2)(x+6)$
$y = -(x^2+4x-12)$
$y = -(x+2)^2+16$

$x = -2$ 일 때, 최댓값 16 을 가지며 최솟값은 없다.
$a = 16,\ b = -2$ 이므로 $a+b = 14$ 이다.

22. 이차함수 $y = -2x^2 + b(1-a)x + 3$ 은 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 최댓값은 b 이다. 이때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{34}{5}$

해설

$y = -2(x+1)^2 + b$
$= -2(x^2 + 2x + 1) + b$
$= -2x^2 - 4x - 2 + b$

$-2 + b = 3$

$\therefore b = 5$

$b - ab = -4,\ 5 - 5a = -4$

$-5a = -9$

$\therefore a = \frac{9}{5}$

$\therefore a + b = \frac{9}{5} + \frac{25}{5} = \frac{34}{5}$

23. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3　　② 6　　③ 9　　④ 14　　⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.
$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$
좌변을 $2x - 1$ 로 나누면
$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$
$\therefore\ B = x^2 - 3x + 2$

24. 두 이차방정식 $ax^2-3x+b=0$, $bx^2-3x+a=0$ 이 같은 근을 가질 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2　② 0　③ ±1　④ ±3　⑤ ±5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면
$a\alpha^2-3\alpha+b=0 \cdots$ ①
$b\alpha^2-3\alpha+a=0 \cdots$ ②
① − ②를 하면 $(a-b)\alpha^2-(a-b)=0$
$(a-b)(\alpha^2-1)=0$
$a \neq b$ 이므로 $\alpha^2-1=0$ $\therefore \alpha=\pm1$
$\alpha=1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a+b=3$
$\alpha=-1$ 일 때, ① 또는 ②에 대입하면 $a+b=-3$
$\therefore a+b=\pm3$

25. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

즉, $m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이다.

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

26. 실수 x가 $x^2-3x+1=0$을 만족할 때, $x^3+\frac{1}{x^3}$의 값을 구하면?

① 18　　② 19　　③ 20　　④ 21　　⑤ 22

해설

준식의 양변을 x로 나누면

$x+\frac{1}{x}=3$

$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=3^3-3\times3=18$

27. $a+b+c=7$, $a^2+b^2+c^2=21$, $abc=8$일 때, $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$의 값은?

① 26　② 48　③ 84　④ 96　⑤ 112

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^c+2(ab+bc+ca)$
$49=21+2(ab+bc+ca)$
$\therefore\ ab+bc+ca=14$
$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)$
$=(14)^2-2(8\times7)$
$=84$

28. $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

29. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14(x > 0)$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 36 ② 44 ③ 52 ④ 68 ⑤ 82

해설

$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2$ 이므로

$x + \frac{1}{x} = 4$ $(\because x > 0)$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + \frac{1}{x}) = 52$

30. $x^2+x+1=0$일 때, $x^3+\frac{1}{x^3}$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$x^2+x+1=0$에서 양변을 x로 나누면

$x+\frac{1}{x}=-1$

$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=-1-3\cdot(-1)=2$