

1. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$

② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$

③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$

⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} \text{ 이라하면}$$

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

$$\text{따라서 } \therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$$

2. $p : -1 \leq x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$, $q : x \geq a$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 q 는 p 이기 위한 필요조건이므로 $P \subset Q$ 이다.

$$\therefore a \leq -1$$

따라서 a 의 최댓값은 -1 이다.

3. 명제 ' $x^2 + 2x + a \neq 0$ 이면 $x + 1 \neq 0$ 이다' 가 참이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① 3

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

대우인 ' $x + 1 = 0$ 이면 $x^2 + 2x + a = 0$ 이다.'가 참이 되어야 한다.

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

4. 전체집합 U 의 세 부분집합 P, Q, R 는 각각 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $Q \subset R$

③ $P^c \subset R^c$

④ $P \subset Q^c$

⑤ $R^c \subset P$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P^c \subset Q$

$r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $R \subset Q^c$

또, $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 참이다.

$\therefore P^c \subset R^c$

따라서, 항상 옳은 것은 ③이다.

5. x, y 가 실수일 때, 다음 중에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분인 것은?

① $p : x + y \geq 2, q : x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$

② $p : x + y$ 는 유리수이다., $q : x, y$ 는 유리수이다.

③ $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고 $y > 2$

④ $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고 $y > 1$

⑤ $p : xyz = 0, q : xy = 0$

해설

① $p : x + y \geq 2 \Rightarrow q : x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ (반례 : $x = 2, y = -1$)

② $p : x + y$ 는 유리수이다. $\Rightarrow q : x, y$ 는 유리수이다. (반례 : $x = 1 - \sqrt{2}, y = 1 + \sqrt{2}$)

③ $p : xy > x + y > 4 \Rightarrow q : x > 2$ 이고 $y > 2$ (반례 : $x = 4, y = 2$)

④ $p : xy + 1 > x + y > 2 \Leftrightarrow q : x > 1$ 이고 $y > 1$

⑤ $p : xyz = 0 \Rightarrow q : xy = 0$ (반례 : $x = 1, y = 1, z = 0$)